

Modellbildung und Regelung elektrischer Servoantriebe am Beispiel eines Industrieroboters

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von
Hans Hopfengärtner

Erlangen 1980

Herstellung und Regelung
elektrischer Stromschaltungen
am Beispiel eines Industriekontakts

Digitized by the Internet Archive
in 2026

Modellbildung und Regelung elektrischer Servoantriebe am Beispiel eines Industrieroboters

Der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR-INGENIEUR



vorgelegt von

Hans Hopfengärtner

Erlangen 1980



Als Dissertation genehmigt von
der Technischen Fakultät der
Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 14.10.1979

Tag der Promotion: 28. 1.1980

Dekan: Prof. Dr.-Ing. H. Niemann

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff

Prof. Dr. phil. nat. H. Schlitt

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Elektrische Antriebe und Steuerungen der Universität Erlangen-Nürnberg.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff möchte ich sehr herzlich für die Anregung zu dieser Arbeit, für seine Unterstützung und für seine wertvollen Hinweise danken.

Herrn Prof. Dr. phil. nat. H. Schlitt danke ich für sein Interesse an der Arbeit und die Übernahme des Koreferates.

Meinen Freunden und Kollegen an der Universität Erlangen-Nürnberg bin ich für ihre Diskussionsbereitschaft sowie die gute Zusammenarbeit sehr dankbar. Mein besonderer Dank gilt dabei Herrn Dr.-Ing. H. Grotstollen für viele anregende Gespräche und Herrn G. Nagel für seine Unterstützung bei den experimentellen Arbeiten.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Beschreibung des Industrieroboters	4
3. Überlegungen zum Verfahren der Modellbildung	7
3.1 Folgerungen aus der Aufgabe des Modells	7
3.2 Bekannte Verfahren	8
3.2.1 Theoretische Verfahren	8
3.2.2 Experimentelle Verfahren	9
3.2.3 Gegenüberstellung	10
4. Modellbildung mit Hilfe statischer Belastungsversuche an einzelnen Konstruktionselementen	11
4.1 Bestimmung der trägen und elastischen Eigenschaften der Konstruktionselemente	13
4.1.1 Massen und Trägheitsmomente	15
4.1.2 Federkonstanten, Nachgiebigkeiten	18
4.2 Struktur und Grad der Modelle	29
4.2.1 Vorüberlegungen zur Struktur	29
4.2.2 Schwenkantrieb	35
4.2.3 Horizontal- und Vertikalantrieb	38
4.3 Ermittlung der Modellparameter	41
4.3.1 Berechnung von Ersatzmassen	41
4.3.2 Schwenkantrieb	44
4.3.3 Horizontal- und Vertikalantrieb	45
4.4 Bewegungsgleichungen	50
4.4.1 Allgemeine Koordinaten und LAGRANGESche Bewegungsgleichungen	50
4.4.2 Schwenkantrieb	53
4.4.3 Vertikalantrieb	55
4.4.4 Horizontalantrieb	59
4.5 Überprüfung des Modells	61
4.5.1 Erläuterungen zum Testverfahren	61

4.5.2 Vergleich der gemessenen und berechneten Frequenzgänge	63
4.6 Vernachlässigte Effekte	69
4.6.1 Dämpfung	69
4.6.2 Reibung und Lose	70
4.6.3 Fliehkraft	72
4.6.4 Corioliskraft	75
4.6.5 Rückwirkungen auf den Schwenkantrieb über die Drehimpulse von Vertikal- und Horizontalmotor	78
5. Regelung schwingungsfähiger mechanischer Systeme	80
5.1 Literaturübersicht	80
5.2 Zustandsregelung mit Beobachter	81
5.3 Lageregelung für den Schwenkantrieb	89
5.3.1 Messung der Position am Drehturm	91
5.3.2 Messung der Position am Motor	98
5.3.3 Vergleich mit der konventionellen Lageregelung	103
5.3.4 Auswirkungen der Kopplungen mit dem Horizontalantrieb	112
5.4 Praktische Gesichtspunkte beim Entwurf von Zustandsreglern für Lageregelkreise	113
6. Zusammenfassung	118
Literaturverzeichnis	121
Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen und Symbole	125

1. Einleitung

Eine wichtige Aufgabe der elektrischen Antriebstechnik besteht in der schnellen und genauen Positionierung mechanischer Systeme. In der Mehrzahl der Fälle wird dazu ein geschlossener Lageregelkreis aufgebaut. Da die Eigenschaften des mechanischen Systems¹⁾ die Lageregelung entscheidend beeinflussen, sind sie beim Reglerentwurf in geeigneter Weise zu berücksichtigen.

Bei geringen dynamischen Anforderungen und steifer Mechanik ist in erster Linie deren Trägheitsmoment für die Regelung von Bedeutung, während die Elastizität vernachlässigt werden kann. Dimensionierung und Aufbau der Regelung sind unter diesen Umständen vergleichsweise einfach. Auch der Entwurf nichtlinearer Regelkreise zur zeitoptimalen Positionierung ist mit geringem Aufwand möglich.

Mit steigenden Anforderungen an die Schnelligkeit der Positioniervorgänge wird die Mechanik durch die erforderlichen Stellmomente elastisch verformt und zu Schwingungen angeregt. Neben Stabilitätsproblemen für die Regelung ergeben sich hohe mechanische Beanspruchungen. Dies führte zu Bemühungen auf der maschinenbaulichen Seite, durch eine geschickte und ausgewogene Konstruktion die Eigenfrequenzen der Mechanik soweit zu erhöhen, daß sie von den Regelvorgängen nicht in nennenswertem Umfang angeregt werden. Erfolge ließen sich vor allem erzielen, indem lange Wellen und elastische Kupplungen vermieden wurden. Die Ideallösung in dieser Hinsicht stellt ein Antrieb mit vollkommen in die Mechanik integriertem Arbeitsmotor dar.

1) Zum mechanischen System, im folgenden auch abkürzend "Mechanik" genannt, gehören alle Teile, die sich während eines Positioniervorgangs bewegen. Neben dem zu positionierenden Gegenstand sind dies der Rotor des Antriebsmotors, Kupplungen, Getriebe u. ä., aber auch Teile, die nur auf Grund elastischer Verformungen ausgelenkt werden.

Insbesondere bei mechanischen Systemen, die über eine erhebliche räumliche Ausdehnung verfügen, ist eine Erhöhung der Eigenfrequenzen durch konstruktive Maßnahmen aus Gründen der Funktion und der Wirtschaftlichkeit nur bedingt möglich. Als Beispiele seien hier Spiegel- und Radioteleskope sowie Industrieroboter genannt. Soll trotzdem eine Lageregelung mit guter Dynamik entworfen werden, so können die durch die Beschleunigungskräfte verursachten elastischen Verformungen der Mechanik nicht mehr vernachlässigt werden. Ihre gezielte Berücksichtigung durch den Einsatz leistungsfähiger regelungstechnischer Verfahren erfordert die Beschreibung der Bewegungsvorgänge in einem mathematischen Modell.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Modellbildung und Regelung von mechanischen Systemen, bei denen die elastischen Eigenschaften zwar nicht mehr zu vernachlässigen sind, jedoch mit einer für den Reglerentwurf ausreichenden Genauigkeit in Modellen mit konzentrierten Parametern berücksichtigt werden können. Die Regelung soll mit dem Verfahren der Zustandsregelung erfolgen. Dieses Verfahren ist theoretisch sehr weit entwickelt, wurde in der Praxis jedoch noch relativ wenig eingesetzt. Es interessiert daher besonders, welche Ergebnisse mit den immer notwendigen Vernachlässigungen und Idealisierungen zu erzielen sind. Um den Aufwand für die Regelung in Grenzen zu halten, wird das mechanische System durch ein lineares Modell mit konzentrierten Parametern beschrieben. Von den im Prinzip unendlich vielen Eigenfrequenzen werden nur sehr wenige erfaßt. Daneben stellt die Vernachlässigung bzw. Linearisierung nichtlinearer Effekte die einschneidendste Idealisierung dar. Bei Lageregelungen sind hier insbesondere Reibung und Lose zu nennen.

Um die praktische Verwendbarkeit der zur Modellbildung und Regelung verwendeten Verfahren beurteilen zu können, sind realitätsbezogene Annahmen und die experimentelle Überprüfung der Ergebnisse unerlässlich. Zu diesem Zweck

werden die Untersuchungen am Beispiel eines Industrieroboters durchgeführt. Für die Auswahl dieses Gerätes spricht, daß in den einzelnen Bewegungsachsen die mechanischen Übertragungselemente und die dynamischen Eigenschaften sehr unterschiedlich sind. Letztere lassen sich durch konstruktive Maßnahmen nur sehr bedingt verbessern. Da die Messung der eigentlich zu regelnden Greiferposition betriebsmäßig nicht möglich ist, müssen die entsprechenden Größen durch einen Beobachter gewonnen werden. Schließlich spricht für einen Industrieroboter noch die Tatsache, daß er von seinen Abmessungen her für einen Betrieb im Labor noch geeignet ist und so die erforderlichen Messungen und Experimente ermöglicht.

2. Beschreibung des Industrieroboters

Industrieroboter sind vielseitig programmierbare, automatische Handhabungseinrichtungen mit mehreren, voneinander unabhängigen Bewegungsachsen. Sie sind mit Greifern oder Spezialwerkzeugen zum Handhaben und Bearbeiten von Werkstücken sowie zum Bedienen von Werkzeugen ausgerüstet. Industrieroboter werden heute hauptsächlich in der Automobilindustrie, der metallverarbeitenden Industrie sowie der Grundstoff- und Erdölindustrie eingesetzt. Hier übernehmen sie Arbeiten wie das Beschicken verschiedenster Werkzeugmaschinen, Punkt- und Lichtbogenschweißen sowie Spritzlackieren.

Die Forschung im Zusammenhang mit Industrierobotern befaßt sich vor allem mit der Erweiterung ihrer Einsatzmöglichkeiten durch die Anbringung von optischen und mechanischen Sensoren sowie durch die anwendungsgerechte Gestaltung von Produktionsabläufen und Produkten. In dieser Arbeit soll der Roboter dagegen als Beispiel für ein ausgedehntes mechanisches System dienen, das möglichst schnell und genau zu positionieren ist. Deswegen werden neben dem eigentlichen Positioniervorgang keine mit dem speziellen Einsatz des Roboters zusammenhängenden Fragen behandelt. Der Einfluß eines normalerweise am Greiferkopf angebrachten Werkzeuges wird durch unterschiedliche Gewichte berücksichtigt.

Die Untersuchungen erfolgen an einem Industrieroboter vom Typ "Transferautomat E" der Firma VFW-Fokker, dessen prinzipieller Aufbau in Bild 2.1 dargestellt ist. Die einzelnen Konstruktionsteile sind in Bild 2.2 (auf Seite 120, ausklappbar) bezeichnet.

Der Roboter kann eine Hub-, eine Schwenk- und eine Horizontalbewegung ausführen. Zum Antrieb der 3 Achsen dienen Scheibenläufermotoren. Die Schwenkbewegung wird von einem im Robotergerüst (1) montierten Getriebemotor (18) über

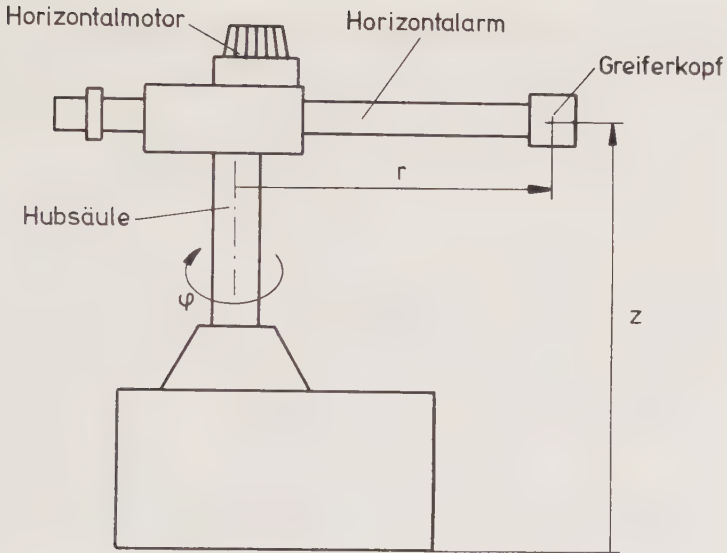


Bild 2.1 Prinzipieller Aufbau des Roboters

eine Kette (20) auf das Kettenrad (2) des eigentlichen Drehturms übertragen. Der Antriebsmotor für die Hubbewegung (16) ist an dem Drehturm so befestigt, daß seine Achse parallel versetzt zur Schwenkachse liegt. Er treibt über einen Keilriemensatz (17) eine in der Hubsäule (7) angebrachte Spindel (5). Die zugehörige, fest mit der Hubsäule verbundene Kugelumlaufmutter (6) erzeugt daraus die Hubbewegung. Auf der Hubsäule ist ein Führungskopf (8) mit den Führungsrollen für den Horizontalarm (11) angebracht. Der Arm wird von einem ebenfalls auf dem Führungskopf befestigten Getriebemotor (10) über eine Zahnstange (12) angetrieben.

Jede Achse ist mit Meßgebern für Geschwindigkeit und Position versehen. Die Geschwindigkeiten werden über die mit der Motorwelle verbundenen Tachomaschinen erfaßt. Zur Lagemessung dienen Mehrgangpotentiometer (3,9,15), die über eine Zahnstange bzw. einen Zahnkranz angetrieben werden. Der Zahnkranz (19) für die Messung der Schwenkposition be-

findet sich auf dem Kettenrad. Die vertikale Position wird über eine Meßzahnstange (14) an der Hubsäule erfaßt. Zur Messung der Position des Horizontalarms dient die auch zum Antrieb verwendete Zahnstange. Neben diesen serienmäßig vorhandenen Meßaufnehmern ermöglichen an den Motorwellen angekuppelte Impulsgeber die Erfassung der jeweiligen Motorpositionen.

Der Roboter ist für die Handhabung von Werkstücken mit einer Masse bis zu 15 kg vorgesehen. Die maximalen Verfahrswege und -geschwindigkeiten in Tabelle 2.1 vermitteln einen Eindruck vom Arbeitsbereich und den vom Antrieb her möglichen Positioniergeschwindigkeiten.

	Vertikal	Horizontal	Schwenk
Max. Verfahrweg	250 mm	1000 mm	270°
Max. Geschwindigkeit	600 mm/s	1000 mm/s	100°/s

Tabelle 2.1 Maximale Verfahrswege und -geschwindigkeiten

Im Schwenkantrieb ist die kleinste Motorleistung (300 W) installiert. Hier wird zur Speisung ein linear arbeitender Transistorverstärker verwendet. Im Horizontal- und Vertikalantrieb liegen die Leistungen der Motoren bei 1 KW. Sie werden von getakteten Transistorverstärkern mit einer Taktfrequenz von 5 kHz gespeist. In allen Fällen kann damit gerechnet werden, daß die Dynamik der Leistungsverstärker keinen nennenswerten Einfluß auf die Dynamik des Gesamtsystems ausübt. Alle Leistungsverstärker sind zudem in der Lage, die kurzzeitig zulässigen Spitzenströme der Motoren zu liefern.

3. Überlegungen zum Verfahren der Modellbildung

Ein Modell soll immer nur einen bestimmten Teilaspekt des Systemverhaltens beschreiben, diesen aber möglichst gut und trotzdem auf einfache Weise. Die beiden letzten Forderungen widersprechen sich meist und erfordern einen Kompromiß. Als Beispiel sei die Entscheidung genannt, ob zur Approximation des Systemverhaltens die immer vorhandenen nichtlinearen Effekte im Modell als solche berücksichtigt werden oder ob man besser eine Linearisierung vornimmt. In der Beschreibung des Systemverhaltens wird ein nichtlineares Modell in der Regel überlegen sein; wenn man jedoch an die wesentlich weiter entwickelten systemtheoretischen und regelungstechnischen Methoden für lineare Systeme denkt, kann ein lineares Modell u. U. wertvollere Einsichten vermitteln und den vorgesehenen Zweck wesentlich besser erfüllen.

Hierdurch wird deutlich, daß die Entscheidung über die Art des Modells von dessen Aufgabe maßgeblich beeinflußt wird. Die Art des Modells führt wiederum oft schon zu einer Vorklärung bei der Auswahl einer geeigneten Methode zur Modellbildung. Weitere Kriterien bilden die spezielle Gestalt der Mechanik und der erforderliche meß- oder rechentechnische Aufwand.

3.1 Folgerungen aus der Aufgabe des Modells

Im vorliegenden Fall interessiert der Einfluß der elastischen Eigenschaften einer mechanischen Anordnung auf die Dynamik eines Lageregelkreises sowie die erzielbaren Verbesserungen im Regelverhalten durch die Berücksichtigung dieser Eigenschaften in der Berechnung des Reglers. Im Interesse eines einfachen Reglerentwurfs und einer mit vertretbarem Aufwand realisierbaren Regelung soll das Systemverhalten durch ein lineares Modell mit konzentrierten Parametern approximiert werden. Die Anzahl der Modellparameter beeinflußt die Modellordnung und damit bei fest-

liegender Anzahl von Meßgrößen auch den Aufwand für die zur Zustandsregelung erforderliche Beobachtung nicht meßbarer Systemgrößen. Es kann nicht von vorneherein entschieden werden, ab welcher Höhe Eigenfrequenzen des Systems beim Entwurf einer Lageregelung vernachlässigt werden dürfen. Bei der Erprobung der Regelung ergibt sich evtl. die Möglichkeit, die Modellordnung zu erniedrigen, bzw. die Notwendigkeit, sie zu erhöhen.

Für die Reglerberechnung ist es nicht erforderlich, daß die Struktur der Strecke durch das Modell angenähert wird. Wie in /8 / gezeigt wurde, genügen für den Entwurf einer Zustandsregelung auch Modelle mit anderer Struktur, wenn sie nur die gleichen Übertragungsfunktionen zwischen den Stellgrößen und den Meßgrößen aufweisen, bzw. es kann bei bekannten Übertragungsfunktionen auf Aussagen über die Struktur vollkommen verzichtet werden. Ein Modell, das auch die Struktur des mechanischen Systems annähert, bringt jedoch wesentliche Vorteile bei der Diskussion von Veränderungen während des Betriebs - beim Roboter etwa durch das Aufnehmen eines Werkstückes - oder durch konstruktive Maßnahmen zur Verbesserung des dynamischen Verhaltens. Die Forderung, daß das Modell den Entwurf eines Beobachters zur analogen oder digitalen Nachbildung der Zustandsgrößen in Echtzeit ermöglichen muß, wird durch ein lineares Modell mit der angestrebten niedrigen Ordnung erfüllt.

3.2 Bekannte Verfahren

3.2.1 Theoretische Verfahren

Es liegt auf der Hand, zunächst die Eigenschaften der einzelnen Konstruktionselemente zu berechnen und aus ihrem Zusammenwirken ein Modell für das System abzuleiten. So wird in allen einfachen Fällen vorgegangen. Man spricht in diesem Zusammenhang gar nicht von Modellbildung, sondern vom Aufstellen der Systemgleichungen. Bei einem Industrieroboter oder ähnlichen mechanischen Systemen tre-

ten jedoch eine Vielzahl von schwer oder gar nicht zu beschreibenden Konstruktionselementen auf, insbesondere in Bezug auf die elastischen Eigenschaften (Führungen, Getriebe, Schraubverbindungen u. ä.). Um mit vertretbarem Aufwand ein Modell zu erstellen, sind grobe und in ihren Auswirkungen nicht zu überblickende Vernachlässigungen erforderlich, sodaß ein gutes Ergebnis nicht erwartet werden kann.

Die Methode der finiten Elemente /33/ erlaubt eine weitgehend exakte Berücksichtigung des konstruktiven Aufbaus. Sie erfordert jedoch einen sehr hohen Programmier- und Rechenaufwand und entsprechend umfangreiche Datenverarbeitungsanlagen. Der Aufwand hängt ab von der Anzahl der zur Beschreibung nötigen Elemente und gestaltet sich bei bestimmten Konstruktionsformen, etwa bei rahmen- und gitterartigen Konstruktionen günstiger als im vorliegenden Fall des Industrieroboters. Die Modellordnung ist proportional zur Anzahl der finiten Elemente und erreicht sehr schnell Werte von 100 und mehr. Sie kann jedoch erniedrigt werden, indem man das Modell einer Modaltransformation unterwirft und auf die wesentlichen Eigenwerte reduziert /29/. Eine Information über die Struktur ist dann allerdings nicht mehr vorhanden.

3.2.2 Experimentelle Verfahren

Entscheidende Impulse für die Entwicklung der experimentellen Verfahren kamen aus der Flugzeugindustrie. Bei den dort entwickelten Verfahren wird das Flugzeug im Stand durch Schwingungserreger angeregt und aus den gemessenen Schwingungen ein Modell abgeleitet. Eine Übersicht über diese Verfahren findet sich in /13/. Mit dem Vorteil, daß das System nicht in seinem betriebsmäßigen Arbeitsbereich untersucht werden muß, ist ein wichtiger Nachteil verbunden: Die immer vorhandenen Nichtlinearitäten werden an einem anderen als ihrem betriebsmäßigen Arbeitspunkt linearisiert. Dies kann die Ursache für nennenswerte Abweichun-

gen im eigentlichen Arbeitsbereich sein.

In /18/ wird ein Verfahren angegeben, bei dem das System an denselben Stellen wie auch während des Betriebs, allerdings sinusförmig, anzuregen ist. Man gewinnt ein Modell n -ter Ordnung aus Frequenzgangmessungen an n verschiedenen Meßpunkten. Die Messungen sind zu wiederholen, nachdem das System durch Zusatzmassen verändert wurde. Die Modellparameter ergeben sich aus einer Ausgleichsrechnung.

3.2.3 Gegenüberstellung

Die Hauptprobleme der theoretischen Verfahren liegen in der einfachen und doch ausreichend genauen Beschreibung der einzelnen Konstruktionselemente und ihrer Verbindungen und in der Überprüfung des gefundenen Modells. Letztere kann in der Regel nur durch Vergleich mit verfeinerten bzw. weiter vereinfachten Modellen geschehen.

Bei den geschilderten experimentellen Verfahren ist der Aufwand sowohl für die Experimente als auch für deren Auswertung beträchtlich. Ihr Vorteil liegt darin, daß sich in den Messungen auch Effekte auswirken, die theoretisch nur schwer erfaßbar sind. Teilweise muß dieser Vorteil allerdings wieder aufgegeben werden, weil zur Auswertung der Messungen idealisierende Annahmen über das System (bezüglich Linearität, Dämpfungsverhalten u. ä.) zu treffen sind. Die Struktur des Systems wird durch das Modell angenähert. Den Rückwirkungen der Meßanordnung auf das Systemverhalten ist besondere Beachtung zu schenken. Die nachträgliche theoretische Berücksichtigung von konstruktiven oder betriebsmäßigen Systemveränderungen ist nicht möglich oder erfordert doch soviel Aufwand, daß es meist einfacher ist, ein vollkommen neues Modell zu bestimmen.

Aus der Gegenüberstellung der einzelnen Verfahren zur Modellbildung folgt, daß die Frage nach der besten Methode nicht allgemein beantwortet werden kann; bei der Auswahl sind die speziellen Randbedingungen zu berücksichtigen.

Da im vorliegenden Fall das mechanische System für Messungen zur Verfügung steht, kommen neben theoretischen auch experimentelle Methoden in Frage.

4. Modellbildung mit Hilfe statischer Belastungsversuche an einzelnen Konstruktionselementen

Das im folgenden angewandte Verfahren versucht, die Vorteile verschiedener Methoden zu vereinigen und einzelne Nachteile zu vermeiden. Es geht von der Ermittlung der Systemgleichungen aus den Konstruktionsunterlagen, wie sie zu Beginn des Abschnitts 3.2.1 geschildert wurde, aus. Die Parameterbestimmung der Konstruktionselemente und die Überprüfung des Modells werden jedoch zumindest teilweise experimentell vorgenommen.

Das grundsätzliche Vorgehen ist in Bild 4.1 dargestellt und läßt sich in die folgenden fünf Schritte unterteilen:

- Bestimmung der Eigenschaften der Konstruktionselemente,
- Festlegung von Modellgrad und -struktur in Gestalt eines mechanischen Ersatzsystems mit konzentrierten Parametern,
- Ermittlung der Modellparameter,
- mathematische Beschreibung des mechanischen Ersatzsystems,
- Überprüfung und ggfs. Änderung des Modells.

Der Aufbau des Modells aus Einzelelementen führt zu einer besseren Annäherung an die Struktur der Mechanik als bei den geschilderten experimentellen Verfahren. Dadurch wird eine einfache Anpassung des Modells bei betriebsmäßigen und konstruktiven Änderungen ermöglicht. Steht die Mechanik, wie im vorliegenden Fall, für Messungen zur Verfügung, so bietet das Verfahren gegenüber den theoretischen Methoden vor allem einen günstigeren Kompromiß zwischen Aufwand und

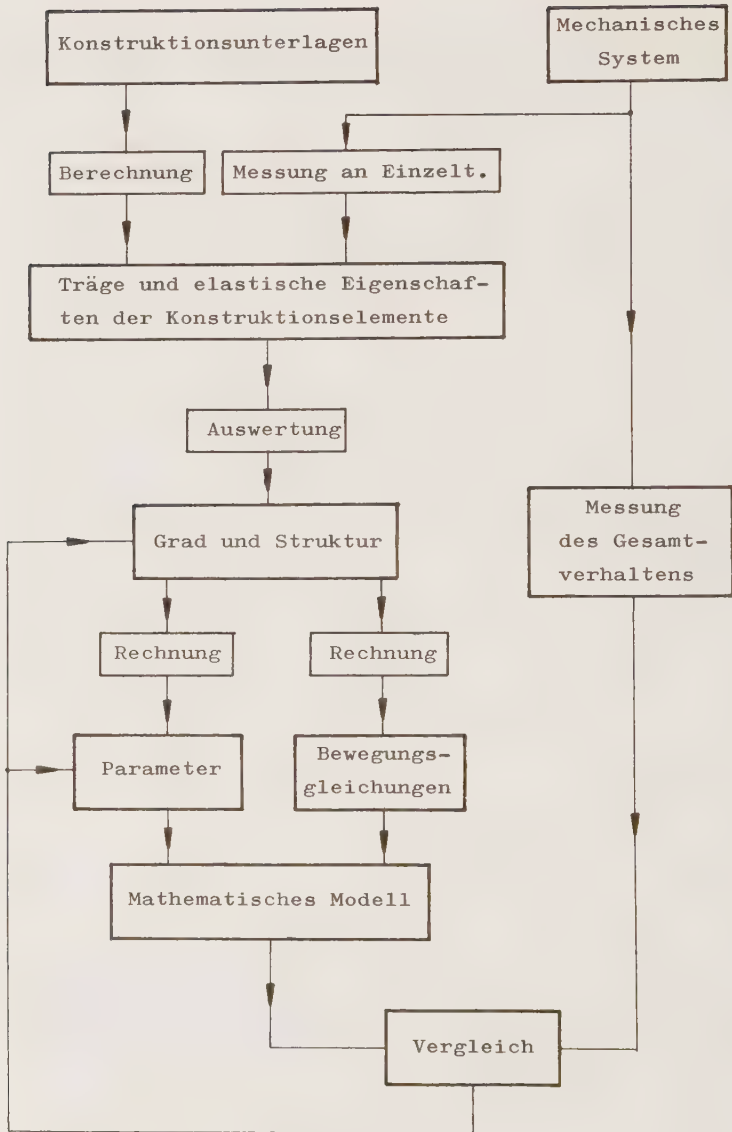


Bild 4.1 Vorgehen bei der Modellbildung

Genauigkeit. Ein weiterer Vorteil liegt darin, daß zumindest für die Messungen zur Parameterbestimmung nicht die fertig montierte Mechanik vorliegen muß. Läßt das Modell ein unbefriedigendes Gesamtverhalten erwarten, so sind in diesem Stadium noch eher konstruktive Änderungen möglich. Auch in der Konstruktionsphase wird die Modellbildung erheblich vereinfacht. Da völlige Neukonstruktionen sehr selten sind, können die Parameter für nicht zu ändernde Teile von den Vorgängermodellen übernommen werden.

Für die im folgenden am Beispiel des Industrieroboters durchgeführte Modellbildung werden zunächst einige Vernachlässigungen vorgenommen. Im einzelnen bleiben vorläufig unberücksichtigt:

- die Reibung in Motoren, Getrieben, Führungen und Lagern,
- die Lose in den kraftübertragenden Elementen,
- die Werkstoffdämpfung,
- die Kopplungen zwischen den Roboterachsen.

Außerdem wird der Roboter, der ja ein System mit veränderlichen Parametern darstellt, zunächst nur für kleine Bewegungen um den jeweiligen Arbeitspunkt nachgebildet. Unter diesen Voraussetzungen ist die Erstellung eines linearen Modells mit konzentrierten und zeitinvarianten Parametern möglich. Die Zulässigkeit dieser Vernachlässigungen bzw. die geeignete Berücksichtigung der vernachlässigten Effekte im Modell wird an späterer Stelle diskutiert.

4.1 Bestimmung der trägen und elastischen Eigenschaften der Konstruktionselemente

Das natürliche Koordinatensystem des Roboters (Bild 2.1) sind die Zylinderkoordinaten (r, φ, z) . In diesen Koordinaten werden auch alle Bewegungsvorgänge beschrieben. Im Roboter entstehen sämtliche Bewegungen aus den Rotationsbewegungen der Motoren. Sie werden durch entsprechende

Übertragungselemente in Rotationsbewegungen anderer Achsen bzw. in Linearbewegungen umgeformt. Durch eine Umrechnung aller trägen und elastischen Parameter auf die vom Greiferkopf ausgeführte Bewegungsart gestalten sich die folgenden Überlegungen wesentlich übersichtlicher. Deshalb werden die für die Schwenkbewegung wesentlichen Parameter auf eine Drehbewegung um die Schwenkachse bezogen, die Parameter im Vertikalantrieb auf eine Linearbewegung in vertikaler Richtung und die Parameter im Horizontalantrieb auf eine Linearbewegung in radialer Richtung.

Für die Umrechnung eines Trägheitsmomentes J von einer Achse mit dem Drehwinkel φ auf eine Achse mit dem Drehwinkel φ' , die gemäß der Beziehung

$$\ddot{u} = \frac{\varphi'}{\varphi}$$

miteinander gekoppelt sind, folgt aus dem Energieerhaltungssatz:

$$J' = \frac{1}{\ddot{u}^2} J. \quad (4.1)$$

Entsprechend erhält man für die Umrechnung von Torsionsfederkonstanten

$$c' = \frac{1}{\ddot{u}^2} c \quad (4.2)$$

und von Drehmomenten

$$d' = \frac{1}{\ddot{u}} d. \quad (4.3)$$

Sind Umrechnungen von bzw. in Linearbewegungen erforderlich, so können im Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$ die Winkel φ bzw. φ' durch die Wege x bzw. x' ersetzt werden. Die Formeln (4.1), (4.2) und (4.3) bleiben gültig, wenn an den entsprechenden Stellen eine Masse für ein Trägheitsmoment, eine Federkonstante für eine Drehfederkonstante sowie eine Kraft für ein Drehmoment eingesetzt werden.

Sowohl durch den Vertikal- als auch durch den Horizontalmotor werden Schwingungen des Roboters in der r - z -Ebene angeregt. An verschiedenen Stellen ist es deshalb vorteilhaft, beide Antriebe gemeinsam zu behandeln.

4.1.1 Massen und Trägheitsmomente

Die Bestimmung von Massen und Trägheitsmomenten ist mit guter Genauigkeit aus den Konstruktionsunterlagen möglich. Die Masse

$$m = \int_V \rho \, dV$$

bzw. das Trägheitsmoment

$$J = \int_V \rho \, r^2 \, dV$$

eines Konstruktionselementes erhält man durch eine Unterteilung in leicht zu berechnende Elementarkörper zu

$$m = \sum_V \rho \, V_V$$

und

$$J = \sum_V J_V .$$

Eine experimentelle Bestimmung von Massen und Trägheitsmomenten ist möglich, wenn das Gerät demontiert werden kann oder noch nicht montiert ist. Die Massen werden durch einfaches Wiegen ermittelt. Trägheitsmomente ergeben sich u. a. aus einem Ausschwingversuch.

Beispielhaft für die auszuführenden Rechnungen und Messungen werden für den Horizontalarm die Berechnung des Trägheitsmomentes und für den Drehturm die experimentelle Ermittlung des Trägheitsmomentes kurz skizziert.

Das Trägheitsmoment des Horizontalarms (Bild 4.2) wird im Hinblick auf die betriebsmäßigen Positionsänderungen in Abhängigkeit vom Schwenkradius r ermittelt. Das auf den Schwerpunkt S bezogene Trägheitsmoment errechnet sich aus den Konstruktionsunterlagen zu

$$J_{AS} = 6,67 \, \text{kgm}^2 .$$

Daraus ergibt sich nach dem STEINERschen Satz ein auf die Schwenkachse bezogenes Trägheitsmoment des Horizontalarms von

$$J_A(r) = J_{AS} + \left(r - \frac{l_A}{2}\right)^2 m_A . \quad (4.4)$$

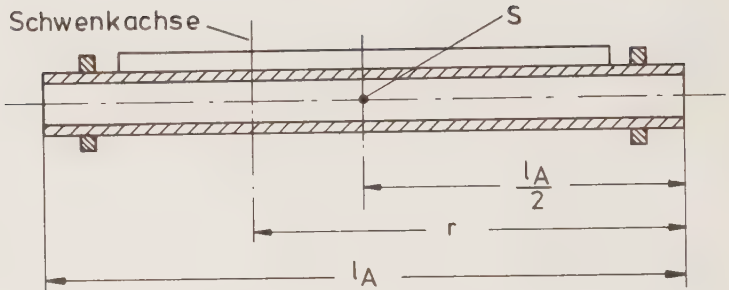


Bild 4.2 Horizontalarm des Roboters

Die Masse m_A des Arms beträgt 32,4 kg, die Armlänge $l_A = 1,6$ m. Weiter ist noch das Trägheitsmoment einer mit dem Radius r zu schwenkenden Last der Masse m_L zu berücksichtigen:

$$J_G(r) = m_L r^2. \quad (4.5)$$

In Bild 4.3 ist das Gesamtträgheitsmoment $J_A(r) + J_G(r)$ in Abhängigkeit vom Radius r für die Fälle $m_L = 1,1$ kg (Arm nur mit dem Greiferkopf belastet) und $m_L = 16,1$ kg (max. Belastung) angegeben.

Wegen des komplizierten geometrischen Aufbaus wird das Trägheitsmoment des Drehturmes einschließlich Hubsäule und Vertikalmotor experimentell durch einen Ausschwingversuch ermittelt. Dazu ist die Antriebskette und der Führungskopf mit dem Horizontalarm zu entfernen. Als Federelement dient ein auf der Hubsäule befestigter und an der Labordecke fest eingespannter Torsionsstab der Federkonstante $c = 458$ Nm/rad. Die Anordnung wird durch Verdrehen des Turmes zu einer freien Schwingung angeregt und der Verlauf der Schwingung über das Schwenk-Lagepotentiometer aufgezeichnet (Bild 4.4).

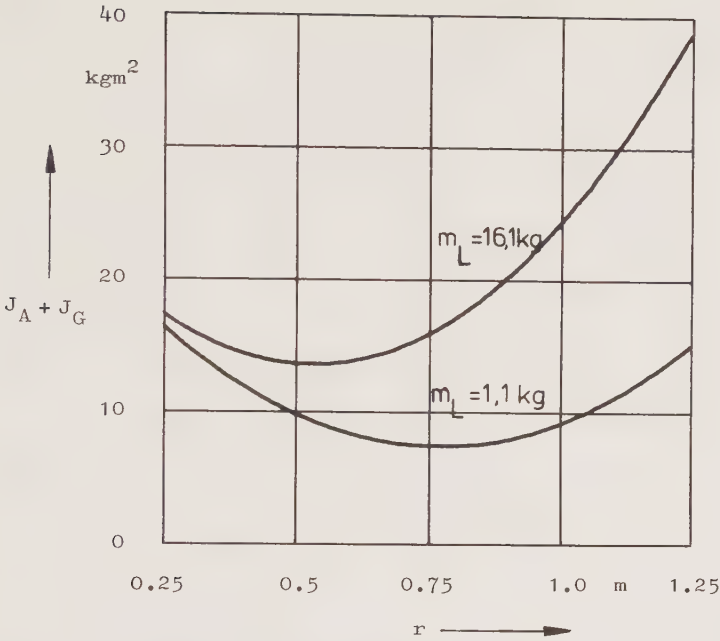


Bild 4.3 Trägheitsmoment des Horizontalarms

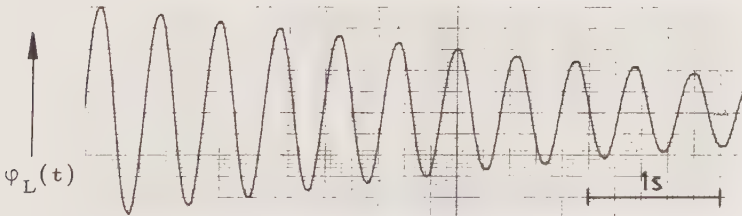


Bild 4.4: Ausschwingversuch am Drehturm

Aus der Periodendauer $T = 0,45 \text{ s}$ der schwach gedämpften Schwingung errechnet sich das Trägheitsmoment zu

$$J = \frac{c T^2}{4\pi^2} = 2,33 \text{ kg m}^2.$$

Neben einer ungenauen Bestimmung von c und T können folgende Einflüsse zu Fehlern führen:

- eine Veränderung der wirksamen Federkonstante durch elastische Einspannung des Torsionsstabes und elastische Befestigung am Prüfling,
- ein gegenüber dem Prüfling nicht zu vernachlässigendes Eigenträgheitsmoment des Torsionsstabes,
- eine gegenüber der Elastizität des Torsionsstabes nicht zu vernachlässigende Elastizität des Prüflings,
- eine zu starke Dämpfung des Schwingungsvorganges,
- eine nichtlineare Kennlinie des Torsionsstabes.

Für die einzelnen Bewegungsachsen des Roboters sind die Ergebnisse der Berechnungen und Messungen in den Tabellen 4.1, 4.2 und 4.3 zusammengefaßt. Jedes Element, für das Umrechnungen erforderlich sind, ist sowohl mit dem wirklichen als auch dem umgerechneten Wert seiner Masse bzw. seines Trägheitsmoments aufgeführt. In der 2. Spalte ist gekennzeichnet, ob die Parameter aus Listenangaben (li), durch Rechnung aus den Konstruktionsunterlagen (re) oder experimentell (ex) gewonnen wurden.

4.1.2 Federkonstanten, Nachgiebigkeiten

Die hier untersuchten betriebsmäßigen Verformungen einer Mechanik vollziehen sich bei Metallen im HOOKschen Bereich und können daher durch Federkonstanten beschrieben werden. Die theoretische Ermittlung ist jedoch nur für sehr einfache Konstruktionselemente geschlossen möglich. So ist bereits bei der Torsionsberechnung eines Vierkantrohres, beispielsweise der Hubsäule, die vereinfachende Annahme der unendlich dünnen Wandstärke zu treffen. Noch wesentlich unübersichtlicher gestalten sich die Verhältnisse bei den Verformungen, die an kraft- oder formschlüssigen Verbindungen und an Lagern auftreten. Deshalb werden die elasti-

Konstruktionselement	Art	Trägheitsmoment [kg m ²] bezogen auf		Masse [kg] bezogen auf	
		Motorwelle	Spindel	Vertikalbewegung	
Motor	li	$12,0 \cdot 10^{-4}$		1088,5	
Tachomaschine	li	$5,0 \cdot 10^{-6}$		4,5	
Keilriemenscheibe	re	$11,3 \cdot 10^{-4}$		1025,0	
Keilriemen	re	$3,0 \cdot 10^{-4}$		272,0	
Spindel einschließlich Keilriemenscheibe, Bremse und Lager	re		$42,9 \cdot 10^{-4}$	2660,0	
Hubsäule	re			20,0	
Führungskopf	ex			38,1	
Horizontalmotor	li			17,7	
Arm ($m_L = 1,1$ kg)	ex			33,5	

$\text{Keilriemen } \ddot{u} = 0,83$
 $\text{Hubsäule } \ddot{u} = 1,27 \cdot 10^{-3} \text{ m/rad}$

Tabelle 4.3 Massen im Vertikalantrieb

schen Eigenschaften der Konstruktionselemente vorwiegend experimentell ermittelt. Dynamische Messungen kommen dazu nicht in Frage, weil sie durch die trägen Massen unzulässig beeinflusst würden. Gegenüber rein statischen Messungen haben quasistatische (mit langsam veränderlichen Belastungen) den Vorteil, daß sie auch Aufschluß geben über die Güte der Messung bzw. über den Einfluß nichtlinearer Effekte. Werden sowohl eine sich langsam ändernde Wechselkraft als auch die dadurch hervorgerufene Verformung elektrisch gemessen und über einen X-Y-Schreiber ausgegeben, so liegt die gesuchte Information in der Steigung der erhaltenen Kurve. Daneben kann man aus dem Diagramm aber auch entnehmen, ob es sich um eine nichtlineare Federcharakteristik handelt (Bild 4.5a) oder ob in der Versuchs- und Meßanordnung eine nennenswerte Reibung vorliegt (Bild 4.5b).

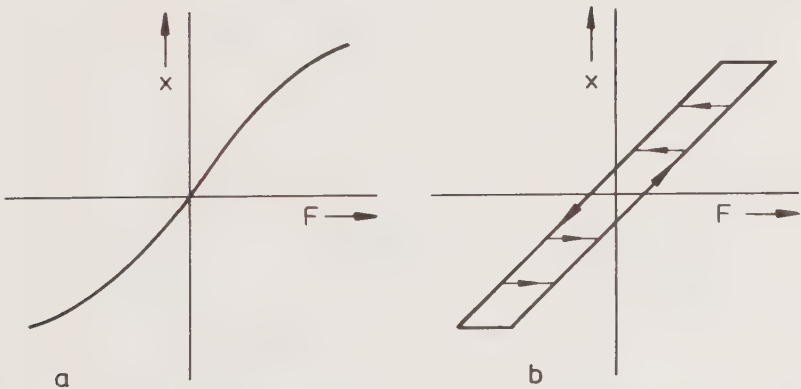


Bild 4.5: Interpretation der Diagramme aus den quasistatischen Belastungsversuchen
a) nichtlineare Federcharakteristik
b) Reibung

Im letzteren Fall kann man jedoch nicht unterscheiden, ob die Reibung in der untersuchten Mechanik oder in dem Meßaufnehmer auftritt. Deshalb müssen die Wegaufnehmer so starr befestigt werden, daß die durch ihre Eigenreibung hervorgerufenen Verformungen vernachlässigbar bleiben gegenüber den eigentlich zu messenden Wegen. Diese Forderung ist umso leichter zu erfüllen, je geringer die Eigenreibung der Meßaufnehmer ist.

Hinweis: Jeder Zug-, Biege- oder Torsionsfederkonstante c ist eine entsprechende Nachgiebigkeit $h = \frac{1}{c}$ zuzuordnen. Beide Begriffe werden im folgenden alternativ verwendet.

Schwenkantrieb

Der Schwenkantrieb wird am Greiferkopf des Horizontalarms über einen Kraftaufnehmer blockiert (Bild 4.6a). Ein dreieckförmig sich ändernder Strom im Antriebsmotor belastet alle Konstruktionsteile gleichmäßig mit einem wechselnden Moment der Amplitude

$$\hat{d} = \hat{F} r \quad (4.6)$$

mit

$\hat{F}$: Amplitude der Wechselkraft am Kraftaufnehmer,
 r : Abstand des Kraftaufnehmers von der Drehachse.

Das Moment ruft nur sehr kleine Verdrehwinkel hervor. Die zugehörigen Bogen können mit guter Näherung durch lineare Wegaufnehmer gemessen werden. Der Verdrehwinkel α_2 des Führungskopfes errechnet sich aus der gemessenen Wegänderung Δl_2 zu

$$\alpha_2 = \frac{\Delta l_2}{r_2} .$$

Wird der Biegung des Horizontalarms formal eine entsprechende Torsion um den Winkel

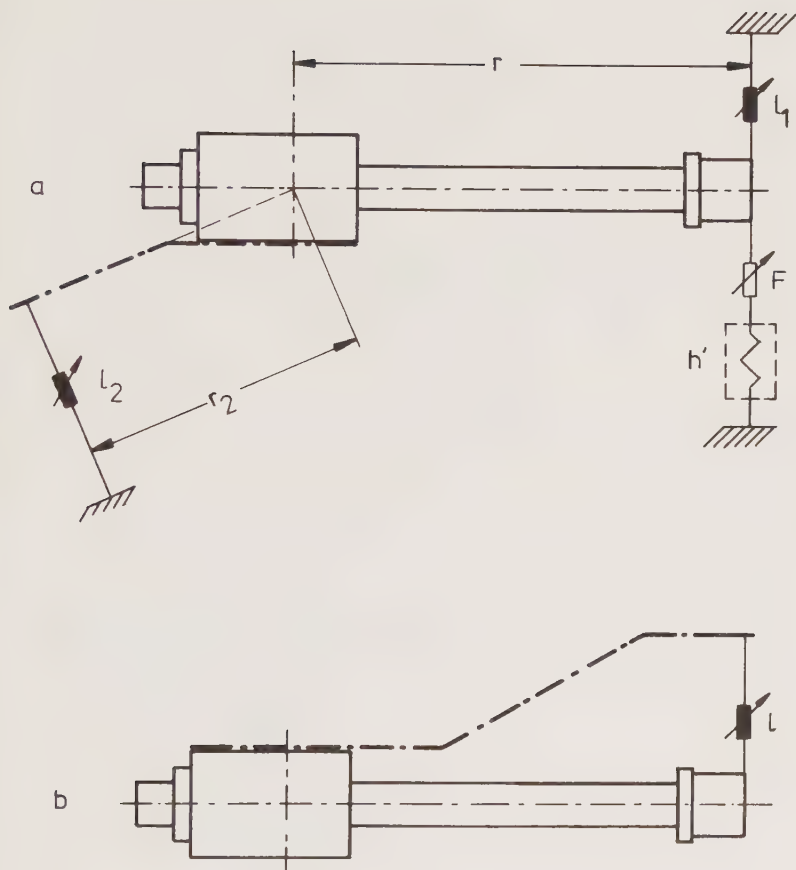


Bild 4.6 Messung der Elastizität des Horizontalarms

a) absolute Messung

b) Messung des Differenzwinkels

h' Nachgiebigkeit der Einspannung

— — — — — Meßschiene

$$\alpha_1 = \frac{\Delta l_1}{r}$$

in der Schwenkachse zugeordnet, so errechnet sich die zugehörige Torsionsnachgiebigkeit zu

$$h = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\hat{d}} \quad (4.7)$$

Da in Gl. (4.7) die Differenz zwischen zwei Winkeln auftritt, ist darauf zu achten, daß die Verdrehwinkel α_v nicht durch eine elastische Einspannung am Greiferkopf unnötig vergrößert werden. Wo konstruktiv die Möglichkeit besteht, ist eine direkte Messung des Differenzwinkels vorzuziehen (Bild 4.6b). Weitere Meßpunkte befinden sich am oberen Ende der Hubsäule, am Kettenrad des Drehturmes sowie am Abtriebsritzels und an der Motorwelle des Getriebemotors. Analog zu der für den Horizontalarm geschilderten Vorgehensweise kann für jeden Meßpunkt ein Verdrehwinkel berechnet und dem Konstruktionsteil zwischen zwei Meßpunkten eine auf die Drehachse bezogene Torsionsnachgiebigkeit zugeordnet werden. Für die Messungen am Motor ist hierzu eine Umrechnung der Winkel auf die Drehachse erforderlich. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.4 zusammengefaßt.

Element	Torsionsnachgiebigkeit [rad/Nm]
Getriebemotor	$1,61 \cdot 10^{-6}$
Antriebskette	$9,90 \cdot 10^{-6}$
Drehturm einschl. Hübsäule	$2,22 \cdot 10^{-6}$
Führungskopf einschl. Befestigung am Drehturm	$2,30 \cdot 10^{-7}$
Horizontalarm	$1,43 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 4.4 Torsionsnachgiebigkeiten im Schwenkantrieb (Hubsäule und Horizontalarm vollkommen ausgefahren)

Betriebsmäßig ändern sich die Stellung von Horizontalarm und Hubsäule. Wegen der einfachen Gestalt beider Elemente wird die Positionsabhängigkeit der entsprechenden Torsionsnachgiebigkeiten rechnerisch ermittelt. Der Horizontalarm wird auf Biegung beansprucht. Da die Zahnstange in der neutralen Zone liegt, ist ihr über der Länge wechselnder Beitrag zum Flächenträgheitsmoment I des Horizontalarms zu vernachlässigen. Der Arm wird als ein in der Drehachse fest eingespannter Biegebalken betrachtet, an dessen Ende im Abstand r eine Kraft ΔF angreift. Nach [11] erhält man eine Durchbiegung

$$\Delta l = \frac{\Delta F r^3}{3EI}.$$

Mit

$$\Delta d = \Delta F \cdot r$$

und

$$\alpha = \Delta l / r$$

kann dem Horizontalarm eine auf die Schwenkachse bezogene Torsionsnachgiebigkeit

$$h(r) = \frac{\alpha}{\Delta d} = \frac{r}{3EI}$$

zugeordnet werden. Aus dem Meßwert in Tabelle 4.4 für $r = 1,25$ m erhält man

$$h(r) = 1,15 \cdot 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{Nm}^2} r. \quad (4.8)$$

Zwei weitere Messungen bei anderen Schwenkradien bestätigen die näherungsweise Gültigkeit dieses linearen Zusammenhanges (Bild 4.7).

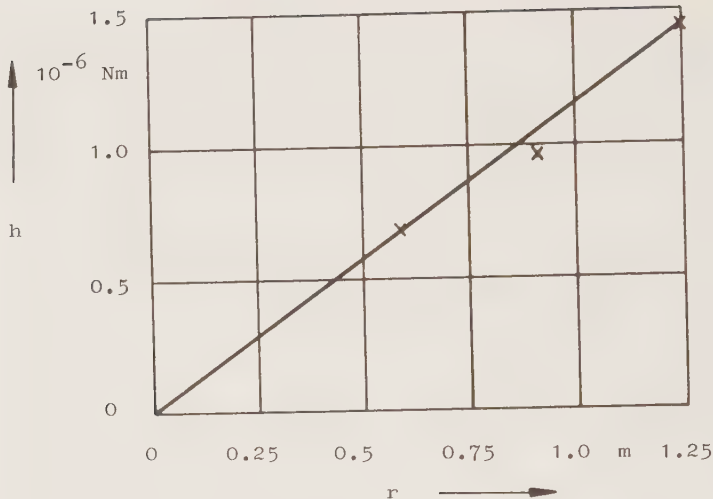


Bild 4.7 Torsionsnachgiebigkeit des Horizontalarms in Abhängigkeit vom Schwenkradius r

Es ist sofort einsichtig, daß sich für die Hubsäule ebenfalls eine lineare Abhängigkeit der Torsionsnachgiebigkeit von der beanspruchten Länge l ergibt. Da für sie jedoch kein Meßwert vorliegt, muß der entsprechende Proportionalbeiwert berechnet werden. Die Hubsäule stellt ein quadratisches Vierkantrohr mit der Innenweite $a = 106$ mm und der Wandstärke $s = 6$ mm dar. Nach /11/ gilt für den Verdrehwinkel δ bei der Torsionsbeanspruchung dünnwandiger Hohlquerschnitte:

$$\delta = \frac{d \cdot l}{4GA^2} \oint \frac{du}{s(u)}$$

mit

d : angreifendes Drehmoment

A : eingeschlossener Querschnitt

G : Gleitmodul ($8,3 \cdot 10^6$ N/cm² für Stahl).

u : Koordinate längs des Umfangs

Damit ergibt sich eine Torsionsnachgiebigkeit

$$\begin{aligned} h(1) &= \frac{\delta}{d} = \frac{(a+s)}{a^4} \frac{1}{s G} \\ &= 1,81 \cdot 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{Nm}^2} \text{ l.} \end{aligned} \quad (4.9)$$

In Tabelle 4.4 wurde für den Drehturm einschließlich Hub-
säule bei $l = 0,23 \text{ m}$ eine Torsionsnachgiebigkeit von
 $2,22 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm}$ ermittelt. Für den Drehturm alleine er-
rechnet sich daraus ein Wert von $1,81 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm}$.

Horizontal- und Vertikalantrieb

Zur Messung der Elastizitäten im Horizontal- und Vertikal-
antrieb dient der Versuchsaufbau in Bild 4.8.

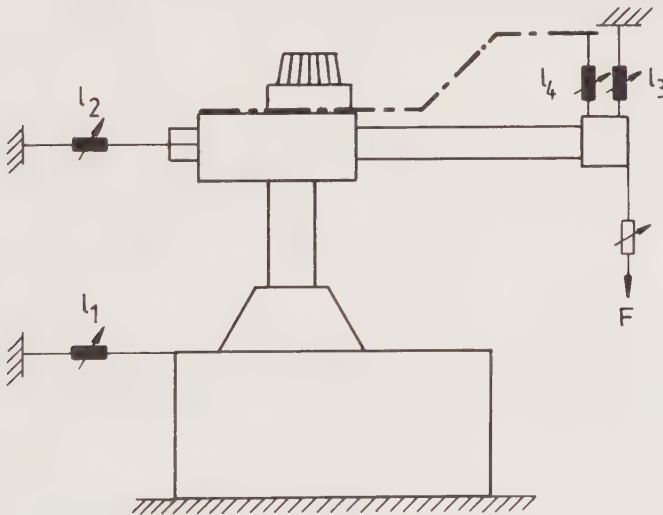


Bild 4.8 Messung der Verformungen im Horizontal- und
Vertikalantrieb

Bei blockiertem Horizontalarm und blockierter Hubspindel ergeben sich die folgenden bezogenen Verformungen:

Meßpunkt	1	2	3	4
$\frac{\Delta l_v}{\Delta F} \quad \frac{\mu m}{N}$	0,079	0,477	2,95	1,50

Zur Ermittlung der Nachgiebigkeit der Kraftübertragung vom Horizontalgetriebemotor auf die Zahnstange des Horizontalarms wird die Verdrehung der Motorwelle unter dem Einfluß des Motormomentes und bei blockiertem Horizontalarm gemessen. Die auf eine Linearbewegung umgerechneten Meßwerte ergeben eine Nachgiebigkeit von

$$h = 8,6 \cdot 10^{-2} \mu m/N.$$

Eine entsprechende Messung und Umrechnung liefert für die Kraftübertragung vom Vertikalmotor über Keilriemen auf die Hubspindel eine Nachgiebigkeit von

$$h = 8,5 \cdot 10^{-4} \mu m/N.$$

Die Nachgiebigkeiten von Spindel und Hubsäule werden rechnerisch bestimmt. Für die Nachgiebigkeit eines Stabes mit dem Querschnitt A, der Länge l und dem Elastizitätsmodul E gilt bei Belastung in Längsrichtung

$$h = \frac{1}{E A}.$$

Diese Beziehung liefert für die Spindel bei einer beanspruchten Länge von 0,3 m

$$h = 1,6 \cdot 10^{-3} \mu m/N$$

und für die Hubsäule

$$h = 8,3 \cdot 10^{-4} \mu m/N.$$

Eine Abschätzung zeigt, daß der Einfluß der Torsion der Hubspindel gegenüber der Stauchung vernachlässigbar ist.

Für die Kraftübertragung vom Vertikalmotor über Keilriemen, Hubspindel und Hubsäule ergibt sich aus den obigen Werten eine Gesamtnachgiebigkeit von $3,28 \cdot 10^{-3} \mu\text{m/N}$. Ein Vergleich mit der Gesamtnachgiebigkeit am Greiferkopf in vertikaler Richtung (Messung 3) zeigt, daß die Kraftübertragung ohne weiteres als starr zu betrachten ist. Die entscheidenden Elastizitäten liegen in der Verbiegung von Horizontalarm, Hubsäule und Robotersockel.

4.2 Struktur und Grad der Modelle

Um die verteilten Parameter der Mechanik durch ein physikalisches Ersatzmodell mit konzentrierten Parametern anzunähern, müssen die trägen und elastischen Eigenschaften getrennt werden. Als Elemente eines solchen Modells kommen daher nur idealisierte Konstruktionsteile in Frage, die entweder

trägheitsbehaftet und starr

oder

trägheitslos und elastisch

oder

trägheitslos und starr

sind.

Die letzteren Elemente dienen als Verbindungselemente. Ihre Einführung erweist sich als zweckmäßig, da sie die Möglichkeit bieten, ansonsten mit Ersatzelementen ohne eigene Ausdehnung zu arbeiten und dennoch die Geometrie der Mechanik anzunähern.

4.2.1 Vorüberlegungen zur Struktur

Zunächst soll geklärt werden, durch welche Konfiguration der Ersatzelemente ein Konstruktionsteil unter einer bestimmten Verformungsbeanspruchung ersetzt werden kann. Dazu werden Konstruktionsteil und Modell unter dem Einfluß stationärer Kräfte untersucht. Beim Übergang zu dynamischen

Beanspruchungen sind nach dem D'ALAMBERTschen Prinzip die statischen Kräfte durch Beschleunigungskräfte und ggfs. äußere Kräfte zu ersetzen. Der Angriffspunkt der statischen Kräfte liegt dort, wo im Modell ein konzentriertes Masselement vorgesehen ist, da nur dort im dynamischen Fall Beschleunigungskräfte auftreten.

Biegebeanspruchung

Bild 4.9 zeigt einen Balken, der auf Biegung beansprucht wird. Der schraffierte Teil des Balkens soll durch Punktmassen in den Punkten P_0 und P_1 , durch Gelenke mit Torsionsfedern und durch starre, masselose Verbindungsstäbe ersetzt werden, wobei die Zahl dieser Elemente zunächst noch offen ist. Damit durch diesen Ersatz keine Auswirkungen auf den Rest des Balkens entstehen, ist es erforderlich, daß sich unter allen Belastungen dieselbe Auslenkung x_1 und derselbe Winkel β_1 ergeben, wie es bei dem durchgehenden Balken der Fall ist. Die Belastungen des restlichen Balkens rechts vom schraffierten Teil lassen sich nach dem Schnittprinzip ersetzen durch eine Querkraft F_1 und ein Moment d_1 , die beide im Punkt P_1 angreifen. Es muß also gelten:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ d_1 \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Die Elemente a_{ik} werden Einflußzahlen genannt. Bei der Verformung isotroper Materialien im HOOKschen Bereich gilt nach dem Reziprozitätssatz von MAXWELL /25/:

$$a_{ik} = a_{ki}. \quad (4.11)$$

Die Einflußzahlen können meßtechnisch aus zwei Versuchen bestimmt werden. Im ersten Versuch sei $d_1 = 0$ und $F_1 \neq 0$; es ergeben sich die Meßwerte x_{1F} und β_{1F} . Ein zweiter Versuch liefert bei $d_1 \neq 0$ und $F_1 = 0$ die Meßwerte x_{1d} und β_{1d} .

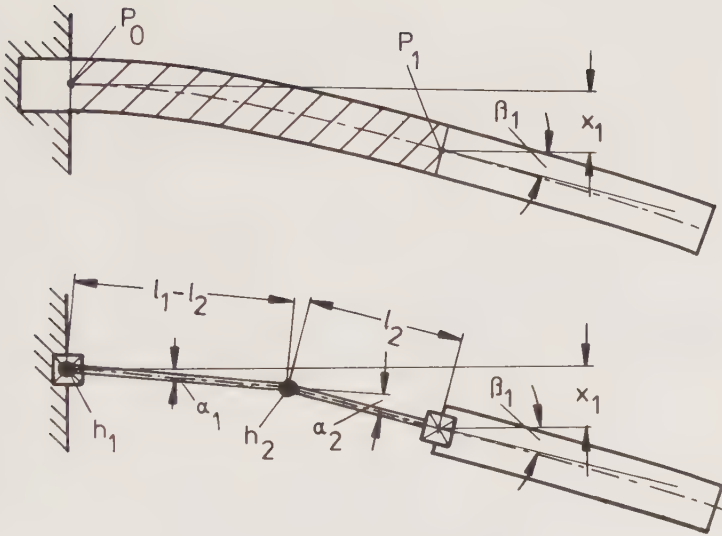


Bild 4.9 Biegebalken

- a) einseitig eingespannter Balken
- b) Ersatz eines Abschnittes durch Elemente mit konzentrierten Parametern

Daraus erhält man:

$$a_{11} = \frac{x_{1F}}{F_1}, \quad a_{12} = \frac{x_{1d}}{d_1},$$

$$a_{21} = \frac{\beta_{1F}}{F_1}, \quad a_{22} = \frac{\beta_{1d}}{d_1}.$$

Nach Gl. (4.11) muß gelten:

$$a_{12} = a_{21}.$$

Eine Ersatzanordnung für den schraffierten Balkenteil mit den gleichen Einflußzahlen a_{ik} darf demnach über maximal drei freie Parameter verfügen, da nur drei Bestimmungsgleichungen zur Verfügung stehen. Es soll nun gezeigt wer-

den, daß auch mindestens drei frei wählbare Parameter erforderlich sind.

Nach /11/ lauten die Einflußzahlen für einen fest eingespannten Balken mit der Länge l_1 , dem über der Länge konstanten Flächenträgheitsmoment I und dem Elastizitätsmodul E :

$$a_{11} = \frac{l_1^3}{3EI}, \quad a_{12} = a_{21} = \frac{l_1^2}{2EI}, \quad a_{22} = \frac{l_1}{EI}. \quad (4.12)$$

Für eine Ersatzanordnung nach Bild 4.9b, die zwei mit Torsionsfedern versehene Gelenke mit den Nachgiebigkeiten h_1 und h_2 enthält, errechnen sich:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= h_1 \cdot l_1^2 + h_2 \cdot l_2^2, \\ a_{12} &= a_{21} = h_1 l_1 + h_2 l_2, \\ a_{22} &= h_1 + h_2. \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Dieses Gleichungssystem läßt sich nur befriedigen, wenn neben den Torsionsnachgiebigkeiten h_1 und h_2 die Position einer der Federn als freier Parameter eingeführt wird. Es sei dies hier die Länge l_2 . Die Lösung lautet dann:

$$h_1 = \frac{a_{11} a_{22} - a_{12}^2}{l_1^2 a_{22} - 2l_1 a_{12} + a_{11}}, \quad (4.14)$$

$$h_2 = a_{22} - h_1, \quad (4.15)$$

$$l_2 = \frac{a_{12} - h_1 l_1}{h_2}. \quad (4.16)$$

Für den speziellen Fall des Biegebalkens mit konstantem Querschnitt erhält man:

$$h_1 = \frac{l_1}{4EI}, \quad h_2 = \frac{3l_1}{4EI}, \quad l_2 = \frac{1}{3} l_1.$$

Die Tatsache, daß sich in diesem speziellen Fall drei freie Parameter eindeutig bestimmen lassen, beweist, daß der allgemeine Fall nicht mit weniger als drei Parametern zu behandeln ist.

Auf die geschilderte Weise können nun weitere Abschnitte des Balkens in Bild 4.9 ersetzt werden, bis eine Ersatzanordnung für den gesamten Balken vorliegt. Die Masseanteile an benachbarten Abschnittsrändern werden zu resultierenden Massepunkten zusammengefaßt. Man erhält als Ergebnis, daß pro Abschnitt ein Massepunkt und zwei Federelemente vorzusehen sind, wobei die Position eines Elementes frei festgelegt werden kann. Lediglich im letzten Abschnitt zu einem freien Ende eines Balkens hin genügt ein Federelement, da dort nicht mehr der allgemeine Belastungsfall mit Kraft und Moment auftritt, sondern lediglich die Beschleunigungskraft des letzten Massepunktes angreift und der Winkel β_1 nicht mehr richtig nachgebildet werden braucht.

Es muß noch die Frage beantwortet werden, wie die Ordnung des Ersatzsystems von der Anordnung und der Anzahl der Ersatzelemente pro Abschnitt abhängt. Im folgenden wird gezeigt, daß die Ordnung eines Ersatzsystems mit zwei Federelementen pro Abschnitt nicht höher ist, als die eines Systems mit nur einem Federelement pro Abschnitt.

Aus Gl. (4.10) folgt:

$$x_1 = \frac{a_{11}}{a_{12}} (\beta_1 - a_{22} d_1) + a_{12} d_1 . \quad (4.17)$$

Nach Bild 4.9 gilt für kleine Winkel:

$$x_1 = \alpha_1 l_1 + \alpha_2 l_2 , \quad (4.18)$$

$$\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2 . \quad (4.19)$$

Mit den Gln. (4.13), (4.18) und (4.19) errechnet sich aus Gl. (4.17):

$$\alpha_2 = \alpha_1 \frac{l_2}{l_1} \frac{h_2}{h_1} + h_2 \left(1 - \frac{l_2}{l_1}\right) d_1 . \quad (4.20)$$

Das Moment d_1 kann durch die Auslenkung des zum nächsten Abschnitt gehörenden Federelementes in P_1 ausgedrückt werden. Die Gleichung

$$d_1 = \sum_{P_1} \frac{\alpha_y}{h_y} \quad (4.21)$$

berücksichtigt auch eine Verzweigung der Anordnung in P_1 . Mit den Gln. (4.20) und (4.21) ist die Auslenkung des zweiten Federelementes eines Abschnittes durch die Auslenkungen der jeweils ersten Federelemente zu beschreiben. Sie stellt also keine unabhängige Zustandsgröße dar. Damit ist gezeigt, daß durch die Einführung eines zweiten Federelementes pro Abschnitt die Modellordnung nicht erhöht wird.

Torsionsbeanspruchung

Einfacher gestalten sich die Verhältnisse bei einer Torsionsbeanspruchung, wie sie im Schwenkantrieb auftritt. Bild 4.10 zeigt eine Welle unter dem Einfluß von Torsionsmomenten.



Bild 4.10 Welle unter Torsionsbeanspruchung

Das schraffiert gezeichnete Wellenstück wird durch konzentrierte Trägheitsmomente in den Punkten P_0 und P_1 sowie durch trägheitslose Torsionsfederelemente und Verbindungswellen ersetzt. Auf den rechts anschließenden Teil ergeben sich statisch dann keine Auswirkungen, wenn sich in P_1 bei allen Belastungen derselbe Winkel φ_1 einstellt wie im ursprünglichen Fall. Die Belastungsmomente d_v des restlichen Wellenteils können zu einem Ersatzmoment d_1 in P_1 zusammengefaßt werden. Es muß gelten:

$$\varphi_1 = \varphi_0 + a d_1 .$$

Diese Bedingung läßt sich durch ein einziges Federelement mit der Torsionsnachgiebigkeit $h = a$ erfüllen. Es kann an

beliebiger Stelle zwischen P_0 und P_1 eingefügt werden. Mit analogen Überlegungen wie im Fall der Biegebelastung folgt, daß abschnittsweise die gesamte Welle ersetzt werden kann, wobei pro Abschnitt ein Trägheitselement und ein Federelement vorzusehen sind.

4.2.2 Schwenkantrieb

Zwischen den Forderungen nach niedrigem Modellgrad und guter Annäherung der Struktur der Mechanik durch das Modell ist ein Kompromiß zu finden. Als Richtlinie für die Anordnung der elastischen und trägen Ersatzelemente kann dabei gelten, daß ein träges Element dort anzuordnen ist, wo das System eine relativ große Massedichte aufweist und sehr steif ist. Entsprechend ist ein Federelement in einem elastischen Gebiet mit geringer Dichte vorzusehen. Für den Schwenkantrieb mit allgemeiner Lage des Horizontalarms sowie für den Horizontal- und Vertikalantrieb muß die Modellstruktur nach dieser doch etwas pauschalen Forderung aus den Parametern der einzelnen Konstruktionselemente gewonnen werden. Dagegen ist bei vollkommen ausgefahrenem Horizontalarm der Schwenkantrieb durch einen Torsionsschwinger mit mehreren Trägheiten anzunähern. Für eine solche kettenartige, unverzweigte Struktur läßt sich die obige Forderung graphisch verdeutlichen.

In Tabelle 4.5 sind die Trägheitsmomente und die Torsionsnachgiebigkeiten der einzelnen Konstruktionsteile, wie sie im Abschnitt 4.1 ermittelt wurden, aufgeführt. Die Reihenfolge entspricht dabei der Richtung der Kraftübertragung. Gleichzeitig wird, beim Motor beginnend, eine Summation der Trägheitsmomente und Torsionsnachgiebigkeiten vorgenommen.

	Trägheits- moment [kgm ²]	$\sum J$ [kgm ²]	Nachgie- bigkeit [10 ⁻⁶ rad/Nm]	$\sum h$ [10 ⁻⁶ rad/Nm]
Getriebemotor	19,03	19,03	1,61	1,61
Antriebskette	0,06	19,09	9,90	11,51
Drehturm	2,33	21,42	2,22	13,73
Führungskopf	0,87	22,29	0,23	13,96
Horizontalarm	12,39	34,68	1,43	15,39
Greiferkopf	1,64	36,32	0	15,39

Tabelle 4.5 Trägheitsmomente und Elastizitäten im Schwenk-
antrieb

Die Zwischensummen in der 2. und 4. Spalte der Tabelle ergeben den durch * markierten Verlauf in Bild 4.11. Ein Ersatzsystem mit konzentrierten Parametern liefert in dieser Darstellung einen treppenförmigen Verlauf mit einer der Stufenzahl entsprechenden Anzahl der Federelemente. Durch passende Wahl der Parameter ist der tatsächliche Verlauf möglichst gut anzunähern. Die Kurven werden nach Augenschein angeglichen, da es schwer sein dürfte, eine einfache Anweisung in mathematischer Form zu finden, die zu besseren Ergebnissen führt. Ordnet man die so gefundenen Ersatzelemente an Stelle der Teile an, in deren Bereich sich ein Schnittpunkt oder Berührungspunkt der beiden Kurven in Bild 4.11 ergibt und stellt die nötigen Verbindungen durch starre, trägheitslose Wellen her, so wird die Struktur der wirklichen Mechanik angenähert.

Es wird versucht, mit einem Modell aus drei Ersatzträgheitsmomenten J_v und zwei Ersatznachgiebigkeiten h_v das Verhalten des Schwenkantriebes zu beschreiben (Bild 4.12). Aus Bild 4.11 ergeben sich für die Trägheitsmomente

$$J_0 = 19,04 \text{ kgm}^2, \quad J_1 = 3,2 \text{ kgm}^2, \quad J_2 = 14,98 \text{ kgm}^2$$

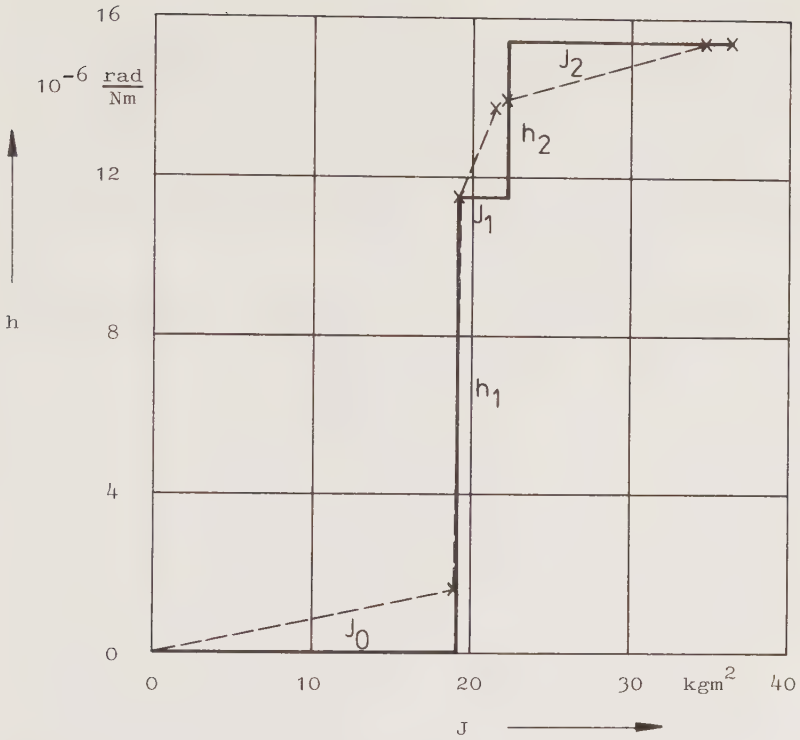


Bild 4.11 Graphische Ermittlung eines Modells mit konzentrierten Parametern

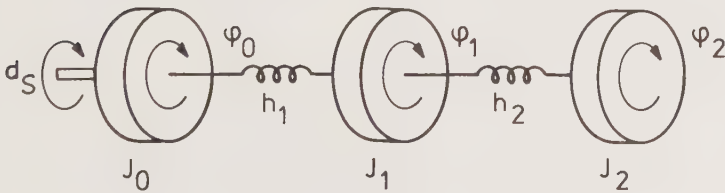


Bild 4.12 Modell des Schwenkantriebs bei vollkommen ausgefahrenem Horizontalarm

und für die Torsionsnachgiebigkeiten

$$h_1 = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm}, \quad h_2 = 3,89 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm}.$$

Die Ersatzträgheitsmomente sind in der Position des Motors, des unteren Teils des Drehturmes und des Greiferkopfes anzubringen. Den vom Roboter gelieferten Meßsignalen entsprechen die Größen $\dot{\varphi}_0$ (Tachomaschine) und φ_1 (Lagepotentiometer).

Bei nur teilweise ausgefahrenem Horizontalarm ist zu berücksichtigen, daß auch sein rückwärtiges Ende Schwingungen gegenüber dem Führungskopf ausführen kann. Damit verzweigt sich die Struktur. Ein Modell ist nicht mehr mit Hilfe eines Diagramms entsprechend Bild 4.11 zu bestimmen. Vielmehr muß auf die qualitativen Überlegungen zu Beginn dieses Abschnittes zurückgegriffen werden. Aus den elastischen und trägen Eigenschaften der Konstruktionselemente ergibt sich mit den folgenden Betrachtungen ein Modell nach Bild 4.13. Der Horizontalarm wird in drei Bereiche aufgeteilt. Die Massen m_2 und m_3 , die im Abstand r und $l_A - r$ an den Torsionsfedern h_3 und h_4 angebracht sind, berücksichtigen die beiden äußeren Teile. Der mittlere Teil wird mit dem Führungskopf und dem Horizontalmotor zum Ersatzträgheitsmoment J_2 zusammengefaßt. Die Trägheitsmomente J_0 und J_1 werden in der Position des Motors und des unteren Teiles des Drehturmes angeordnet, während in den Torsionsfedern h_1 bzw. h_2 die Elastizitäten von Getriebemotor und Kette bzw. von Drehturm und Hubsäule berücksichtigt sind.

4.2.3 Horizontal- und Vertikalantrieb

Bei der Bestimmung der trägen und elastischen Eigenschaften der für den Vertikalantrieb bedeutsamen Konstruktionselemente wurde bereits festgestellt, daß die Nachgiebigkeit der Kraftübertragung vom Vertikalmotor zur Hubsäule zu vernachlässigen ist gegenüber den Nachgiebigkeiten durch die Verbiegungen der Hubsäule, des Horizontalarms und des Robotersockels. Deshalb werden die Trägheiten und

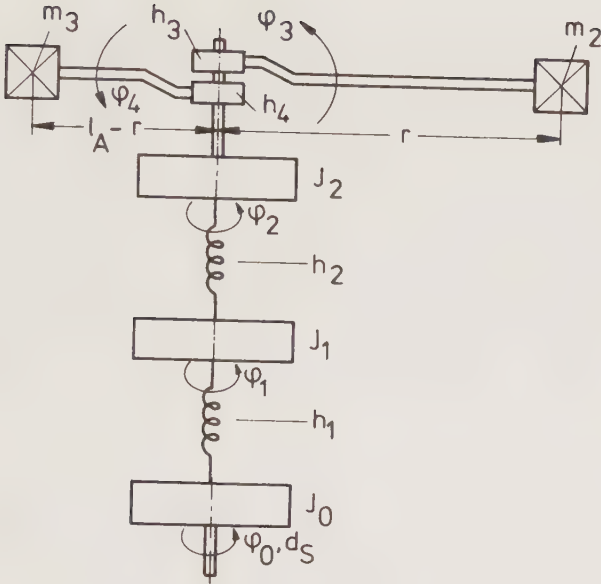


Bild 4.13 Modell für den Schwenkantrieb

Massen von Motor, Keilriemen, Hubspindel und dem unteren Teil der Hubsäule durch eine vertikal bewegliche Punktmasse m_0 berücksichtigt. Ein relativ starres Gebilde mit hoher Massekonzentration stellt der Führungskopf mit dem darauf montierten Horizontalmotor dar. Er wird mit dem oberen Teil der Hubsäule zu einer Punktmasse m_1 im Schnittpunkt von Horizontalarm und Schwenkachse zusammengefaßt. Die beiden Federelemente h_1 und h_4 ersetzen die Hubsäule. Das Element h_1 wird in der Position der Punktmasse m_0 angebracht; die Position von h_4 ist noch geeignet zu bestimmen.

Wenn der Arm sich in einer mittleren Position befindet, können seine beiden Enden neben den Schwingungen in horizontaler Richtung auch solche in vertikaler Richtung ausführen. Analog zum Schwenkantrieb wird der Horizontalarm in drei Bereiche aufgeteilt. Den Mittelteil ersetzt eine

gegenüber dem Führungskopf verschiebbare Masse m_4 . Die den äußeren Armteilen entsprechenden Punktmassen m_2 und m_3 sind über Verbindungsstäbe und die Federelemente h_2 und h_3 im Abstand r , bzw. $l_A - r$ an der Masse m_4 befestigt. Der am Führungskopf angebrachte Getriebemotor treibt den Arm über eine Zahnstange an. Obwohl diese Kraftübertragung nicht so starr ist wie im Vertikalantrieb, wird im Interesse einer niedrigen Modellordnung ihre Elastizität vernachlässigt; der Getriebemotor wird nur durch sein Trägheitsmoment J_M berücksichtigt. Es ergibt sich das in Bild 4.14 gezeigte Modell für den Horizontal- und Vertikalantrieb. Der Horizontalmotor ist darin nicht eingezeichnet.

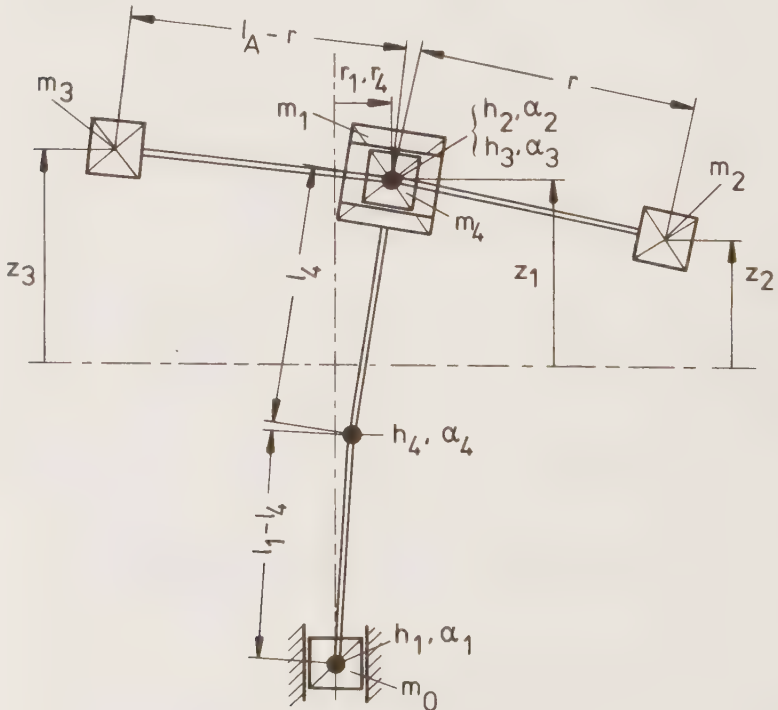


Bild 4.14 Modell für den Horizontal- und Vertikalantrieb

4.3 Ermittlung der Modellparameter

4.3.1 Berechnung von Ersatzmassen

Die Zuordnung zwischen den trägen und elastischen Eigenschaften der Konstruktionselemente und den Parametern des Modells ist so herzustellen, daß die dynamischen Eigenschaften der Mechanik bei nun fester Modellstruktur optimal angenähert werden. Die Aufteilung der Massen und Trägheitsmomente gestaltet sich dabei schwieriger als die der Elastizitäten. Bild 4.15 zeigt einen einseitig eingespannten Biegestab und darunter die Struktur eines Modells mit konzentrierten Parametern.

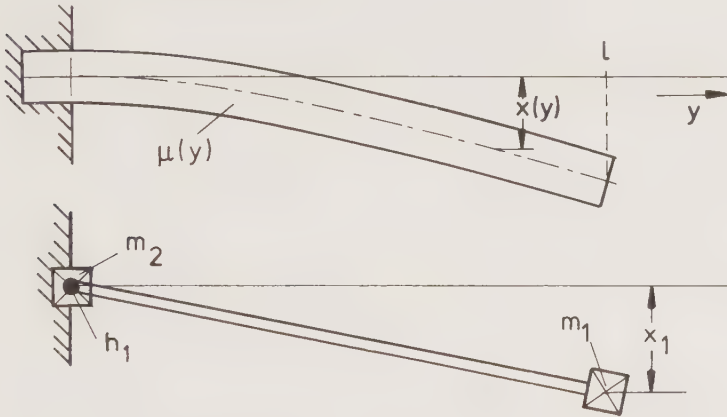


Bild 4.15 Einseitig eingespannter Biegestab und Modell mit konzentrierten Parametern

Während ganz eindeutig ist, daß in dem Federelement h_1 die elastischen Eigenschaften des gesamten Stabes zu berücksichtigen sind, liegt die Aufteilung der Gesamtmasse m auf die beiden Punktmassen m_1 und m_2 nicht so ohne weiteres fest.

In /16/ wird ein Verfahren zur Berechnung von Ersatzmassen einer schwingenden Anordnung mit verteilten Parametern angegeben. Es geht von der Überlegung aus, daß die kinetische Energie in beiden Schwingern gleich sein muß, wenn sie synchron eine Schwingung gleicher Amplitude ausführen. Das Prinzip wird an dem Biegestab in Bild 4.15 erläutert.

Die kinetische Energie des Biegestabes erhält man aus

$$E_{\text{kin}}(t) = \frac{1}{2} \int_0^1 \mu(y) \dot{x}(y,t)^2 dy . \quad (4.22)$$

Dabei ist $\mu(y)$ die Massebelegung des Stabes und $\dot{x}(y,t)$ seine momentane Geschwindigkeit am Ort y . Die Biegelinie bei statischer Belastung durch eine Kraft F am Ort $y = 1$ sei gegeben durch $x_0(y)$. Für die Biegelinie $x(y,t)$ im dynamischen Fall wird nun die Annahme

$$x(y,t) = k(t) x_0(y) \quad (4.23)$$

getroffen. Daraus folgt:

$$\frac{\dot{x}(y,t)}{\dot{x}(1,t)} = \frac{x_0(y)}{x_0(1)} . \quad (4.24)$$

Gl. (4.22) lautet dann:

$$E_{\text{kin}}(t) = \frac{1}{2} \dot{x}(1,t)^2 \int_0^1 \mu(y) \left[\frac{x_0(y)}{x_0(1)} \right]^2 dy . \quad (4.25)$$

Die kinetische Energie des Modells erhält man mit

$$\dot{x}_1(t) = \dot{x}(1,t)$$

zu

$$E_{\text{kin}1}(t) = \frac{1}{2} \dot{x}(1,t)^2 m_1 . \quad (4.26)$$

Die Annahme gleicher kinetischer Energien liefert die Ersatzmasse

$$m_1 = \int_0^1 \mu(y) \left[\frac{x_0(y)}{x_0(1)} \right]^2 dy . \quad (4.27)$$

Für einen Biegebalken mit konstantem Querschnitt und der Masse m gilt

$$\mu(y) = \frac{m}{l} = \text{const.}$$

und /11/

$$\frac{x_0(y)}{x_0(1)} = \frac{y^2}{2l^2} \left[3 - \frac{y}{l} \right].$$

Damit folgt aus Gl. (4.27):

$$m_1 = \frac{33}{140} m. \quad (4.28)$$

Mit der Nachgiebigkeit

$$h_1 = \frac{x_0(1)}{F}$$

weicht die Schwingfrequenz des Modells nur um 1,5 % von der ersten Eigenfrequenz des Biegebalkens ab. Die Annahme in Gl. (4.23) ist sicherlich auf Frequenzen bis zu der ersten Eigenfrequenz der betrachteten Anordnung beschränkt. Diese Einschränkung kann jedoch hingenommen werden, da die Masseaufteilung mit diesem Verfahren nur für einzelne Konstruktionsteile, etwa den Horizontalarm, vorgenommen wird. Die Eigenfrequenzen dieser Teile liegen aber höher als die des Gesamtsystems. Zudem sind die erstellten Modelle ohnehin nur in einem beschränkten Frequenzbereich gültig.

Zwei wichtige Randbedingungen für die Bestimmung der Modellparameter sind dadurch gegeben, daß die Gesamtmasse bzw. -trägheit und die Gesamtnachgiebigkeit von Modell und Mechanik übereinstimmen müssen. Im Beispiel des Biegebalkens ist deshalb die verbleibende Masse ($m - m_1$) an der Einspannstelle in der Punktmasse m_2 zu berücksichtigen. Einzelne Parameter der Modelle hängen von der Stellung des Horizontal- und des Vertikalantriebs ab. Diese Abhängigkeit wird im folgenden in analytischer oder graphischer Form mit angegeben, wobei die Position des Roboters durch die Koordinaten r und z entsprechend Bild 2.1 definiert ist.

4.3.2 Schwenkantrieb

Die Struktur des Modells für den Schwenkantrieb zeigt Bild 4.13. In Gestalt der Kette und der Hubsäule sind zwei elastische Elemente mit sehr geringem Trägheitsmoment beteiligt. An ihrer Stelle werden im Modell die Nachgiebigkeiten h_1 und h_2 angeordnet. Es ergeben sich mit den Werten von Tabelle 4.5 J_0 aus dem Trägheitsmoment des Motors und dem halben Trägheitsmoment der Kette zu

$$J_0 = 19,06 \text{ kgm}^2,$$

J_1 aus dem halben Trägheitsmoment der Kette und dem des Drehturmes zu

$$J_1 = 2,36 \text{ kgm}^2$$

und h_1 aus der Nachgiebigkeit von Kette und Getriebemotor zu

$$h_1 = 11,51 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm}.$$

Alle anderen Parameter sind positions- und lastabhängig. In h_2 sind die Nachgiebigkeiten von Drehturm, Hubsäule und Führungskopf berücksichtigt. Die Nachgiebigkeit der Hubsäule ist nach Gl. (4.9) von ihrer beanspruchten Länge abhängig. Die Werte in Tabelle 4.5 gelten für $z = 1,1 \text{ m}$. Damit ergibt sich für h_2

$$h_2(z) = 2,45 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm} + 1,82 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm}^2 (z-1,1\text{m}). \quad (4.29)$$

Der Horizontalarm kann mit guter Näherung in zwei Biegebalken mit den Längen r und $l_A - r$ aufgeteilt werden, die durch den Führungskopf fest eingespannt sind. Er weist auch eine annähernd gleichmäßige Masseverteilung auf, da die Anschlagsscheiben die an den Armenden fehlenden Stücke der Zahnstange gerade kompensieren. Damit sind die Voraussetzungen für eine Masseaufteilung entsprechend Gl. (4.28) gegeben und man erhält mit $m = 32,4 \text{ kg}$:

$$m'_2 = 4,78 \frac{\text{kg}}{\text{m}} r, \quad (4.30)$$

$$m_3 = 4,78 \frac{\text{kg}}{\text{m}} (l_A - r). \quad (4.31)$$

In m_2 muß neben m'_2 noch eine zu bewegendende Last m_L berücksichtigt werden:

$$m_2 = m'_2 + m_L . \quad (4.32)$$

Im Trägheitsmoment J_2 sind das Trägheitsmoment von Führungskopf und Horizontalmotor, sowie der durch die Massen m_2 und m_3 noch nicht berücksichtigte Teil des Horizontalarmträgheitsmomentes zusammengefaßt. Mit den Werten aus Tabelle 4.5 sowie den Gln. (4.4), (4.30) und (4.31) ergibt sich

$$J_2 = 8,45 \text{ kgm}^2 - r \cdot (1_A - r) \cdot 10,1 \text{ kg} . \quad (4.33)$$

Die Nachgiebigkeiten h_3 und h_4 der beiden Teile des Horizontalarms sind nach Gl. (4.8) gegeben zu

$$h_3 = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm}^2 \cdot r \quad (4.34)$$

und

$$h_4 = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ rad/Nm}^2 \cdot (1_A - r) . \quad (4.35)$$

4.3.3 Horizontal- und Vertikalantrieb

Die Struktur des Modells zeigt Bild 4.14.

Massen

Hinsichtlich der beteiligten Massen unterscheiden sich die Schwingungen des Horizontalarms in senkrechter und waagrechtlicher Richtung nicht. Die Massen m_2 und m_3 können daher nach den Gln. (4.31) und (4.32) aus dem Modell des Schwenkantriebs übernommen werden. Die Masse m_4 enthält den in m_2 und m_3 noch nicht berücksichtigten Teil der Masse des Horizontalarms:

$$m_4 = 24,76 \text{ kg} .$$

Die Masse m_1 wird, wie die Masse m_2 und m_3 , nach dem Verfahren in Abschnitt 4.3.1 ermittelt. Zu ihrer Berechnung müssen der Horizontalmotor, der Führungskopf, die Hubsäule und Anteile des Gestells berücksichtigt werden. Anders als beim Horizontalarm ist hier jedoch weder die Biegelinie analytisch bekannt, noch liegt eine gleichmäßige oder we-

nigstens analytisch angebbare Masseverteilung vor. Außerdem greifen bei einer Schwingung neben den Beschleunigungskräften der schon erwähnten Teile noch Kräfte und Momente zur Beschleunigung des Horizontalarms an. Die Verhältnisse unterscheiden sich je nach Anregung und Schwingungsform. Zur Berechnung der Masse m_1 wird eine Biegelinie gewählt, die sich aus einer Mittelung der Biegelinien für Kraft- und Momentenbelastung am Führungskopf ergibt. Die Biegelinie ist experimentell für verschiedene Positionen des Vertikalantriebs zu ermitteln. Da die Massebelegung nicht analytisch bekannt ist, wird eine Diskretisierung vorgenommen. Mit $l = z$ folgt dann aus Gl. (4.27)

$$m_1 = \sum_v m_v \left(\frac{x_{0v}}{x_0(z)} \right)^2 . \quad (4.36)$$

Die Messung der Biegelinie und die Berechnung von m_1 sind für verschiedene Positionen des Vertikalantriebes durchzuführen. Das Ergebnis ist in Bild 4.16 dargestellt. In der Masse m_0 sind die umgerechneten Massen für Vertikalmotor, Keilriemen und Spindel sowie die in m_1 noch nicht berücksichtigten Masseanteile von Hubsäule, Führungskopf und Horizontalmotor zusammengefaßt. Bei $z = 1,1$ m ist darin ein Anteil von 17 kg vom Robotergerüst enthalten. Vernachlässigt man, daß sich dieser Anteil in Abhängigkeit von z geringfügig ändert, so erhält man für die Masse m_0

$$m_0(z) = 5143 \text{ kg} - m_1(z) . \quad (4.37)$$

Elastizitäten

Die Verbiegung des Horizontalarms in senkrechter Richtung wird durch die Federelemente h_2 und h_3 berücksichtigt. Im Gegensatz zum Schwenkantrieb, wo eine Verbiegung in waagrechter Richtung erfolgt, kann der Einfluß der Zahnstange nicht mehr vernachlässigt werden. Andererseits ist ihr Beitrag rechnerisch nicht zu erfassen, da die Zahnstange geteilt und durch Schrauben nur punktwise mit dem Horizontalarm verbunden ist. Die Nachgiebigkeiten h_2 und h_3 werden des-

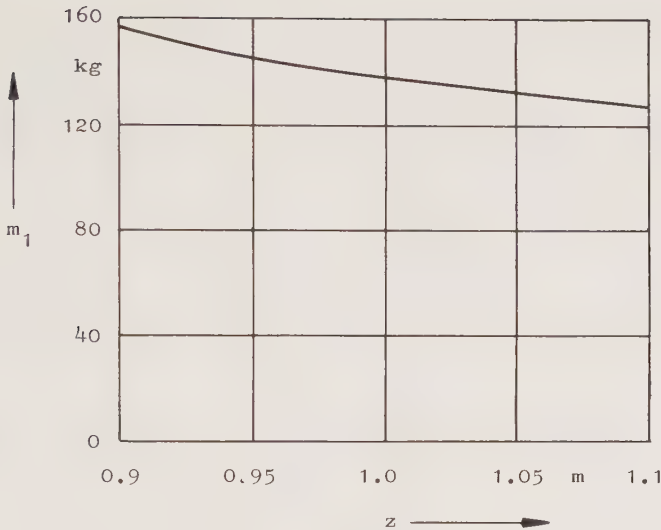


Bild 4.16 Abhängigkeit der Masse m_1 von der Position des Vertikalantriebs

halb experimentell mit dem in Bild 4.17 gezeigten Meßaufbau ermittelt. Zur Befestigung der Wegaufnehmer dient eine am Führungskopf angebrachte Schiene. Da h_2 und h_3 als Torsionsnachgiebigkeiten eingeführt wurden, ergeben sie sich aus den gemessenen Durchbiegungen Δl_v und den Kräften F_v zu

$$h_2 = \frac{\Delta l_2}{F_2 \cdot r^2}$$

und

$$h_3 = \frac{\Delta l_3}{F_3 (l_A - r)^2} \quad .$$

Eine Meßreihe liefert die Abhängigkeit der Nachgiebigkeiten vom Schwenkradius r . In Bild 4.18 sind die zugehörigen Federkonstanten c_v aufgetragen. Eigentlich wäre ein spiegelsymmetrischer Verlauf der beiden Kurven zur Linie $r=0,8\text{m}$

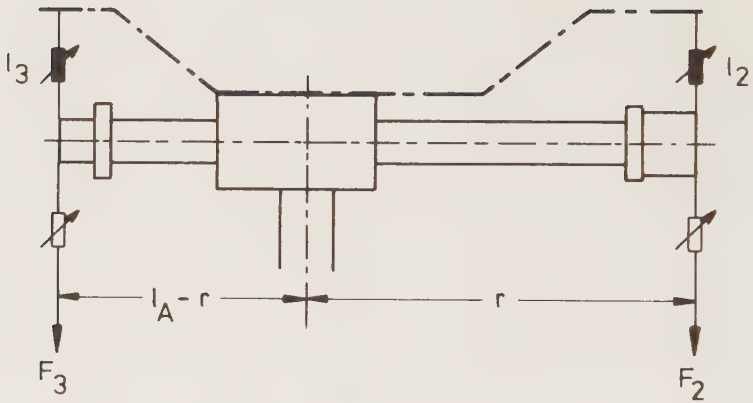


Bild 4.17 Messung der Nachgiebigkeit des Horizontalarms

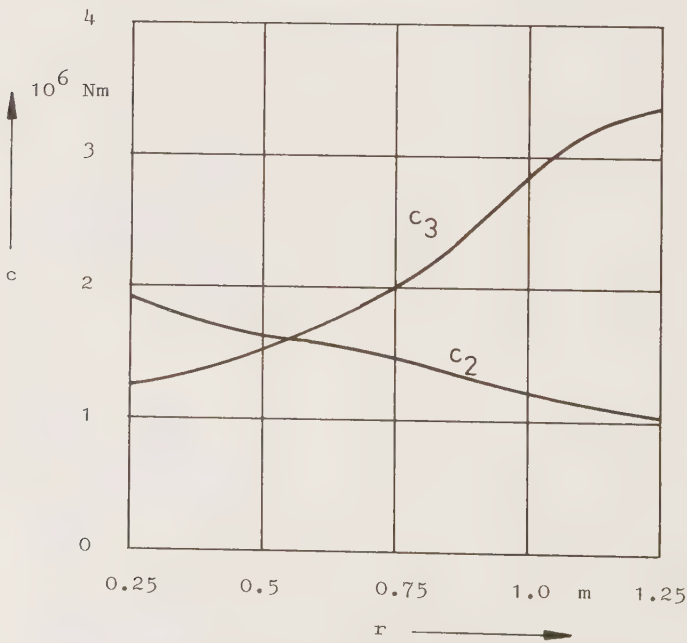


Bild 4.18 Abhängigkeit der Federkonstanten c_2 und c_3 vom Schwenkradius r

zu erwarten. Der Grund für die Abweichung liegt in einer etwas unsymmetrischen Anordnung der Führungsrollen bezüglich der Hubsäule. Die Verbiegung der Hubsäule wird im Modell (Bild 4.14) durch die Nachgiebigkeiten h_1 und h_4 ermöglicht, wobei der Ort von h_4 durch die Länge l_4 noch geeignet festzulegen ist. Alle drei Parameter sind abhängig von der Position des Vertikalantriebs. Nach Abschnitt 4.2.1 muß zur experimentellen Bestimmung der Parameter im Punkt (r_1, z_1) eine Belastung durch eine Kraft F_1 und ein Moment d_1 vorgenommen und jeweils die Auslenkung r_1 und der Winkel

$$\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_4 \quad (4.38)$$

gemessen werden. Die Belastung geschieht nach Bild 4.19 durch die beiden Kräfte F_1 und F_2 , wobei gilt:

$$d_1 = F_2 \cdot r \quad (4.39)$$

Die Auslenkung r_1 erfaßt der Wegaufnehmer ①.

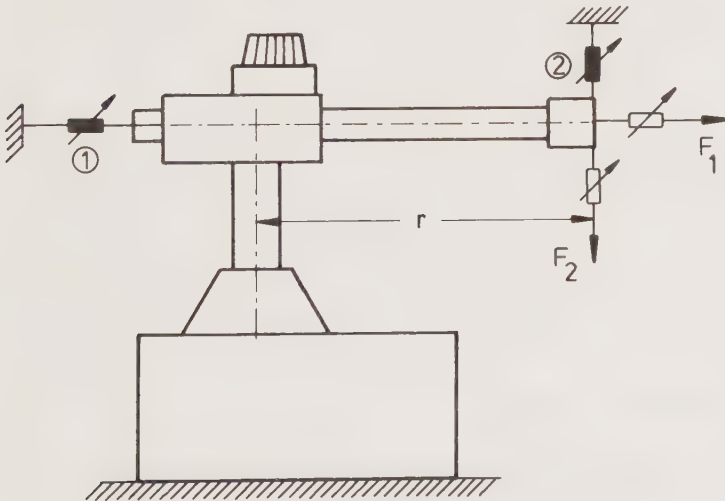


Bild 4.19 Messung der Nachgiebigkeit der Hubsäule

Da der Winkel β_1 schlecht zu messen ist, wird er aus der Auslenkung Δl_2 am Wegaufnehmer ② ermittelt. Für kleine

Winkel gilt:

$$\Delta l_2 = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4) r .$$

Mit

$$\alpha_2 = h_2 d_1$$

und den Gln. (4.38) und (4.39) folgt daraus:

$$\beta_1 = \frac{\Delta l_2}{r} - h_2 r F_2 .$$

Eine Belastung ausschließlich mit F_1 führt zu den Auslenkungen r_{1F} und Δl_{2F} , die Belastung ausschließlich mit F_2 entsprechend zu r_{1d} und Δl_{2d} . Daraus erhält man

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{r_{1F}}{F_1} , \\ a_{12} &= \frac{r_{1d}}{F_2 l_2} , \\ a_{22} &= \frac{\beta_{1d}}{d_1} \\ &= \frac{\Delta l_{22}}{r^2 F_2} - h_2 . \end{aligned}$$

Die Messung erfolgt bei $r = 1,25$ m. Den Wert für h_2 entnimmt man dem Bild 4.18. Mit den Gln. (4.14), (4.15) und (4.16) ergeben sich die Parameter h_1 , h_4 und l_4 , wenn in den Gleichungen h_2 durch h_4 und l_2 durch l_4 ersetzt werden. Bild 4.20 zeigt die Abhängigkeit der Parameter c_1 , c_4 und l_4 von der Position des Vertikalantriebs.

4.4 Bewegungsgleichungen

4.4.1 Allgemeine Koordinaten und LAGRANGESche Bewegungsgleichungen / 4 /

Die im vorigen Abschnitt gefundenen Ersatzmodelle stellen Systeme von Punktmassen dar. Die Position jedes Punktes P_i kann durch die Angabe von drei Koordinaten (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}) ,

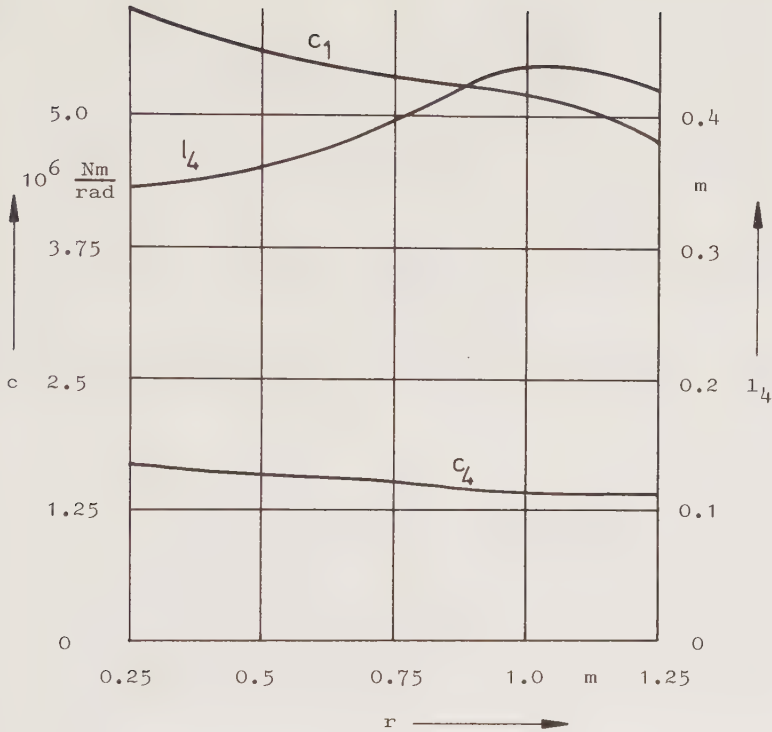


Bild 4.20 Abhängigkeit der Parameter c_1 , c_4 und l_4 von der Position des Vertikalantriebs

etwa in einem karthesischen Koordinatensystem, festgelegt werden. Daneben existieren durch Führungen, Lager und Verbindungsstäbe Bedingungen für die Koordinaten, die in Bedingungsgleichungen der Form

$$f(x_{i,j}) = 0$$

zu fassen sind und z.B. ausdrücken, daß der Abstand zwischen zwei Punkten konstant bleibt. Für viele Probleme ist es zweckmäßig, zu allgemeinen Koordinaten q_i überzugehen, die sich dadurch auszeichnen, daß zwischen ihnen keine Bedingungsgleichungen mehr bestehen. So gibt es für den in

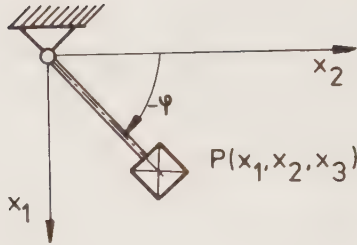


Bild 4.21 Allgemeine Koordinaten eines Pendels

Bild 4.21 gezeichneten Massepunkt zwei Bedingungsgleichungen. Das Gelenk läßt nur eine Bewegung in der x_1 - x_2 -Ebene zu:

$$x_3 - x_{30} = 0.$$

Der Abstand des Punktes vom Gelenk ist konstant:

$$x_1^2 + x_2^2 - l^2 = 0.$$

Die Position des Punktes kann durch eine einzige Koordinate, etwa den Winkel φ beschrieben werden. Allgemein gilt für ein System aus n Massepunkten mit r Bedingungsgleichungen, daß es durch $3n - r$ allgemeine Koordinaten q_i beschrieben werden kann.

Zur Formulierung der LAGRANGEschen Bewegungsgleichungen wird die LAGRANGE - Funktion

$$L = T - V \quad (4.40)$$

benötigt. Darin bedeuten

$$T = \frac{1}{2} \left(\sum m_i v_i^2 + \sum J_k \omega_k^2 \right) \quad (4.41)$$

die kinetische Energie des Systems und V die Potentialfunktion der eingepprägten Kräfte und Momente. Mit

$$V = \frac{1}{2} \sum c_i \alpha_i^2 \quad (4.42)$$

ergeben sich die Drehmomente der elastischen Elemente c_i zu

$$d_i = - \frac{\delta V}{\delta \alpha_i}, \quad (4.43)$$

wobei α_i der Torsionswinkel des Federelementes ist. Die allgemeinen Koordinaten q_i werden im Koordinatenvektor $\underline{q}$ und die von den Motoren herrührenden äußeren Kräfte und Momente entsprechend ihren Angriffsrichtungen im Kraftvektor $\underline{f}$ zusammengefaßt. Je nachdem ob q_i eine Linearbewegung oder einen Winkel beschreibt, muß die entsprechende Komponente f_i des Kraftvektors eine Kraft oder ein Moment darstellen. Die LAGRANGESchen Bewegungsgleichungen 2. Art lauten dann:

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{q}} - \frac{\delta L}{\delta q} = \underline{f} . \quad (4.44)$$

4.4.2 Schwenkantrieb

Die für den Schwenkantrieb (Bild 4.13) durch die Lagerung bestehenden Bedingungen ermöglichen für Motor und Drehturm nur Drehbewegungen. Schwingungen des Horizontalarms werden nur in der $r-\varphi$ -Ebene angeregt. Die Position der Massen m_2 und m_3 ist deshalb bei ruhendem Horizontal- und Vertikalantrieb durch ihre Winkel φ_3 und φ_4 zu beschreiben. Als Koordinatenvektor $\underline{q}_S$ wird gewählt

$$\underline{q}_S^T = (\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4) .$$

Den von den Federelementen h_1, h_2, h_3 und h_4 entwickelten Momenten entspricht nach Gl. (4.42) ein Potential

$$V_S = \frac{1}{2} (c_1 (\varphi_0 - \varphi_1)^2 + c_2 (\varphi_1 - \varphi_2)^2 + c_3 (\varphi_2 - \varphi_3)^2 + c_4 (\varphi_3 - \varphi_4)^2) .$$

Das Potential V_S kann in der Form

$$V_S = \frac{1}{2} \underline{q}_S^T \underline{C}_S \underline{q}_S \quad (4.45)$$

geschrieben werden mit

$$\underline{C}_S = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1+c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2+c_3+c_4 & -c_3 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & 0 & c_4 \end{bmatrix}.$$

Ebenso läßt sich die kinetische Energie des Systems

$$T_S = \frac{1}{2} (J_0 \dot{\varphi}_0^2 + J_1 \dot{\varphi}_1^2 + J_2 \dot{\varphi}_2^2 + m_2 r^2 \dot{\varphi}_3^2 + m_3 (1_A - r)^2 \dot{\varphi}_4^2) .$$

schreiben als

$$T_S = \frac{1}{2} \dot{\underline{q}}_S^T \underline{M}_S \dot{\underline{q}}_S \quad (4.46)$$

mit

$$\underline{M}_S = \text{Diag} (J_0, J_1, J_2, m_2 r^2, m_3 (1_A - r)^2) .$$

Das Motormoment d_S greift an J_0 in Richtung von φ_0 an. Man erhält für den Vektor der äußeren Kräfte

$$\underline{f}_S^T = (d_S, 0, 0, 0, 0) .$$

Die LAGRANGESche Funktion hat für den Schwenkantrieb die Gestalt

$$L_S = \frac{1}{2} (\dot{\underline{q}}_S^T \underline{M}_S \dot{\underline{q}}_S - \underline{q}_S^T \underline{C} \underline{q}_S) . \quad (4.47)$$

Da $\underline{C}$ und $\underline{M}$ konstante Matrizen sind, gilt

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta L_S}{\delta \dot{\underline{q}}_S} = \frac{d}{dt} \frac{\delta T_S}{\delta \dot{\underline{q}}_S} = \underline{M}_S \ddot{\underline{q}}_S \quad (4.48)$$

und

$$\frac{\delta L_S}{\delta \underline{q}_S} = - \frac{\delta V_S}{\delta \underline{q}_S} = - \underline{C}_S \underline{q}_S . \quad (4.49)$$

Damit lautet die Bewegungsgleichung (4.44) für den Schwenkantrieb

$$\ddot{\underline{q}}_S = \underline{M}_S^{-1} \underline{C}_S \underline{q}_S + \underline{M}_S^{-1} \underline{f}_S. \quad (4.50)$$

Wegen der einfachen Form von $\underline{M}_S$ läßt sich $\underline{M}_S^{-1}$ leicht explizit angeben:

$$\underline{M}_S^{-1} = \text{Diag} \left[1/J_0, 1/J_1, 1/J_2, 1/m_2 r^2, 1/(m_3 (1_A - r)^2) \right].$$

4.4.3 Vertikalantrieb

Für die Untersuchung des Vertikalantriebs wird der Horizontalarm als starr mit dem Führungskopf verbunden betrachtet. Insbesondere sind die Positionen der Massen m_1 und m_4 identisch und es ergibt sich aus Bild 4.14 eine Anordnung nach Bild 4.22.

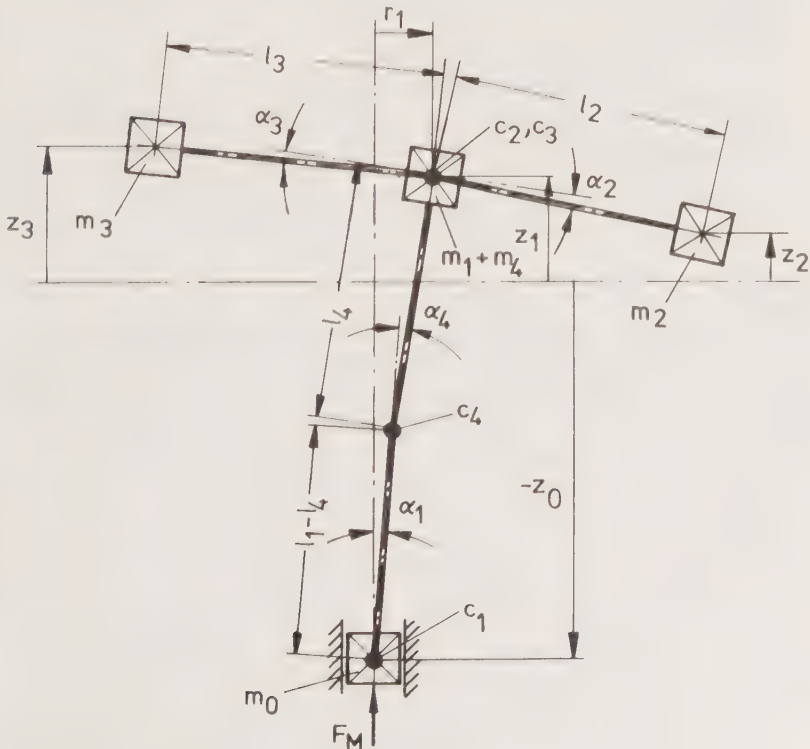


Bild 4.22 Modell für den Vertikalantrieb

Durch die Vertikalbewegung entstehen nur Schwingungen in der r-z-Ebene. Die Positionen der Massepunkte lassen sich unter Beachtung der durch die Führung und die Verbindungsstäbe gegebenen Bedingungen durch den Koordinatenvektor

$$\underline{a}^T = (z_1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$$

eindeutig beschreiben. Für die karthesischen Koordinaten der einzelnen Massepunkte gelten die folgenden Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= 0 \\ z_0 &= z_1 - (l_1 - l_4) \cos \alpha_1 - l_4 \cos(\alpha_1 + \alpha_4) \\ r_1 &= (l_1 - l_4) \sin \alpha_1 + l_4 \sin(\alpha_1 + \alpha_4) \\ z_1 &= z_1 \\ r_2 &= r_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4) \\ z_2 &= z_1 - l_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4) \\ r_3 &= r_1 - l_3 \cos(\alpha_1 - \alpha_3 + \alpha_4) \\ z_3 &= z_1 - l_3 \sin(\alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_4) \end{aligned} \right\} (4.51)$$

Bei einer exakten Beschreibung würde sich für die kinetische Energie ein Ausdruck

$$T_V = \frac{1}{2} \dot{\underline{a}}^T \underline{M}_V(\alpha) \dot{\underline{a}}$$

ergeben. Nach Gl. (4.44) hätte eine von $\underline{a}$ abhängige Matrix $\underline{M}_V$ ein nichtlineares Differentialgleichungssystem zur Folge. Da die zu erwartenden Torsionswinkel α_i der elastischen Elemente sehr klein sind, gilt

$$\cos \alpha_i \approx 1$$

$$\sin \alpha_i \approx \alpha_i$$

und die Gln. (4.51) lassen sich annähern durch

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= 0 \\ z_0 &= z_1 - l_1 \\ r_1 &= l_1 \alpha_1 + l_4 \alpha_4 \\ z_1 &= z_1 \\ r_2 &= r_1 + l_2 \\ z_2 &= z_1 - l_2 (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4) \end{aligned} \right\} (4.52)$$

$$\begin{aligned} r_3 &= r_1 - l_3 \\ z_3 &= z_1 - l_3 (\alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_4) \end{aligned}$$

Damit verbleiben mit z_1 , r_1 , z_2 und z_4 nur noch 4 unabhängige Koordinaten. Mit dem Koordinatenvektor

$$\underline{q}_V^T = (z_1, r_1, z_2, z_3)$$

gilt:

$$\begin{aligned} \underline{q}_V &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_1 & 0 & 0 & l_4 \\ 1 & -l_2 & -l_2 & 0 & -l_2 \\ 1 & l_3 & 0 & -l_3 & l_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} \\ &= \underline{H}_1 \underline{\alpha}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Es waren jedoch auch in der exakten Beschreibung nach Gl. (4.51) nur 4 unabhängige Koordinaten vorhanden. Da an h_4 keine äußeren Kräfte angreifen, kann α_4 nach Gl. (4.20) durch die anderen Winkel ausgedrückt werden. Setzt man die entsprechenden Größen ein, so erhält man:

$$\alpha_4 = \alpha_1 \frac{l_4 h_4}{l_1 h_1} + h_4 \left(1 - \frac{l_4}{l_1}\right) d_1. \quad (4.54a)$$

Für d_1 ist das im Punkt (r_1, z_1) angreifende Moment einzusetzen:

$$d_1 = \frac{\alpha_2}{h_2} - \frac{\alpha_3}{h_3}. \quad (4.54b)$$

Mit den Gln. (4.54a) und (4.54b) kann α_4 als Funktion eines reduzierten Vektors

$$\underline{\alpha}'^T = (z_1, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$

ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \alpha_4 &= \left[0, \frac{l_4 h_4}{l_1 h_1}, \frac{h_4}{h_2} \left(1 - \frac{l_4}{l_1}\right), -\frac{h_4}{h_3} \left(1 - \frac{l_4}{l_1}\right) \right] \underline{\alpha}' \\ &= \underline{k}^T \underline{\alpha}'. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Zwischen $\underline{q}_V$ und $\underline{\alpha}'$ läßt sich mit Hilfe der aus Gl. (4.55) folgenden Beziehung

$$\underline{\alpha} = \begin{pmatrix} \underline{\alpha}' \\ \underline{\alpha}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{E} \\ -\underline{k}_T \end{pmatrix} \underline{\alpha}' \quad (4.56)$$

und Gl. (4.53) ein invertierbarer Zusammenhang herstellen:

$$\underline{q}_V = \underline{H}_1 \begin{pmatrix} \underline{E} \\ -\underline{k}_T \end{pmatrix} \underline{\alpha}'.$$

Damit lautet dann Gl. (4.56):

$$\begin{aligned} \underline{\alpha} &= \begin{pmatrix} \underline{E} \\ -\underline{k}_T \end{pmatrix} \left[\underline{H}_1 \begin{pmatrix} \underline{E} \\ -\underline{k}_T \end{pmatrix} \right]^{-1} \underline{q}_V \\ &= \underline{H}_2 \underline{q}_V. \end{aligned} \quad (4.57)$$

Nach diesen Vorbereitungen lassen sich die Bewegungsgleichungen wie beim Schwenkantrieb finden. Die kinetische Energie des Systems erhält man aus

$$\begin{aligned} T_V &= \frac{1}{2} (m_0 v_0^2 + (m_1 + m_4) v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2) \\ &= \frac{1}{2} (m_0 \dot{z}_1^2 + (m_1 + m_4) (\dot{z}_1^2 + \dot{r}_1^2) + m_2 (\dot{z}_2^2 + \dot{r}_1^2) + m_3 (\dot{z}_3^2 + \dot{r}_1^2)) \\ &= \frac{1}{2} \dot{\underline{q}}_V^T \underline{M}_V \dot{\underline{q}}_V \end{aligned} \quad (4.58)$$

mit

$$\underline{M}_V = \text{Diag} (m_0 + m_1 + m_4, m_1 + m_2 + m_3 + m_4, m_2, m_3).$$

Den von den Federelementen entwickelten Momenten entspricht das Potential

$$\begin{aligned} V_V &= \frac{1}{2} (c_1 \alpha_1^2 + c_2 \alpha_2^2 + c_3 \alpha_3^2 + c_4 \alpha_4^2) \\ &= \frac{1}{2} \underline{\alpha}^T \underline{C}_V \underline{\alpha} \end{aligned}$$

mit

$$\underline{C}_V = \text{Diag} (0, c_1, c_2, c_3, c_4).$$

Mit Gl. (4.57) läßt sich V_V als Funktion von $\underline{q}_V$ ausdrücken:

$$V_V = \frac{1}{2} \underline{q}_V^T \underline{H}_2^T \underline{C}_V \underline{H}_2 \underline{q}_V. \quad (4.59)$$

Die Motorkraft F_V greift in Richtung der Koordinate z_1 an. Im Ruhezustand hat F_V den Wert

$$F_{VO} = (m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4) g .$$

Nur der von F_{VO} abweichende Teil von F_V

$$F'_V = F_V - F_{VO}$$

führt zu einer Bewegung. Deshalb lautet der Vektor der äußeren Kräfte

$$\underline{f}_V^T = (F'_V, 0, 0, 0) . \quad (4.60)$$

Die Bewegungsgleichung für den Vertikalantrieb folgt mit den Gln. (4.58), (4.59) und (4.60) wie beim Schwenkantrieb aus den Gln. (4.40) und (4.44) zu

$$\underline{\ddot{q}}_V = - \underline{M}_V^{-1} \underline{H}_2^T \underline{C} \underline{H}_2 \underline{q}_V + \underline{M}_V^{-1} \underline{f}_V . \quad (4.61)$$

4.4.4 Horizontalantrieb

Die Untersuchung des Horizontalantriebs erfolgt bei festgebremstem Vertikalantrieb ($z_1 = \text{const.}$). An die Stelle der Koordinate z_1 tritt als unabhängige Koordinate die jetzt veränderliche Position r_4 des Horizontalarms (Bild 4.14). Im Ruhezustand sei $r_4 = 0$. Die Positionen der einzelnen Massen sind entsprechend Gl. (4.52) gegeben durch:

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= l_1 \alpha_1 + l_4 \alpha_4 \\ z_1 &= z_1 \\ r_4 &= r_4 \\ z_4 &= z_1 \\ r_2 &= r_4 + l_2 \\ z_2 &= z_1 - l_2 (\alpha_2 + \alpha_1 + \alpha_4) \\ r_3 &= r_4 - l_3 \\ z_3 &= z_1 - l_3 (\alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_4) \end{aligned} \right\} \quad (4.62)$$

Die Drehbewegung des Horizontalmotors wird in eine Linearbewegung umgerechnet. Den Trägheitsmomenten von Motor, Tacho, Getriebe und Ritzel entspricht nach Tabelle 4.2 eine Masse $m_M = 184,4$ kg. Für die zugehörige Koordinate r_m gilt:

$$r_M = r_4 - r_1 . \quad (4.63)$$

Die 4 unabhängigen Koordinaten sind im Koordinatenvektor $\underline{q}_H$ zusammengefaßt:

$$\underline{q}_H^T = (r_4, r_1, z_2, z_3) .$$

Die kinetische Energie T_H des Systems erhält man aus

$$\begin{aligned} T_H &= \frac{1}{2} (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2 + m_4 v_4^2 + m_M v_M^2) \\ &= \frac{1}{2} (m_1 \dot{r}_1^2 + m_2 (\dot{r}_4^2 + \dot{z}_2^2) + m_3 (\dot{r}_4^2 + \dot{z}_3^2) \\ &\quad + m_4 \dot{r}_4^2 + m_M (\dot{r}_4 - \dot{r}_1)^2) \\ &= \frac{1}{2} \dot{\underline{q}}_H^T \underline{M}_H \dot{\underline{q}}_H \end{aligned} \quad (4.64)$$

mit

$$\underline{M}_H = \begin{bmatrix} m_2 + m_3 + m_4 + m_M & -m_M & 0 & 0 \\ -m_M & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

Im Modell des Horizontalantriebs treten die gleichen Elastizitäten wie im Modell des Vertikalantriebs auf. Deshalb bleibt das Potential unverändert:

$$V_H = V_V . \quad (4.65)$$

Es ist weder von z_1 noch von r_4 abhängig. Da man $\underline{q}_H$ aus $\underline{q}_V$ erhält, indem man z_1 durch r_4 ersetzt, kann in Gl. (4.59) anstelle von $\underline{q}_V$ auch $\underline{q}_H$ geschrieben werden:

$$V_H = \frac{1}{2} \underline{q}_H^T \underline{H}_2^T \underline{C}_V \underline{H}_2 \underline{q}_H . \quad (4.66)$$

Die Motorkraft F_H greift in Richtung der Koordinate r_4 an. Damit lautet der Vektor der äußeren Kräfte

$$\underline{f}_H^T = (F_H, 0, 0, 0) . \quad (4.67)$$

Die Bewegungsgleichung folgt mit den Gln. (4.64), (4.66) und (4.67) wieder aus den Gln. (4.40) und (4.44) zu

$$\underline{q}_H = -\underline{M}_H^{-1} \underline{H}_2^T \underline{C}_V \underline{H}_2 \underline{q}_H + \underline{M}_H^{-1} \underline{f}_H . \quad (4.68)$$

4.5 Überprüfung des Modells

4.5.1 Erläuterungen zum Testverfahren

Zum Vergleich zwischen wirklichem Systemverhalten und Modellverhalten können als Testsignale verwendet werden

nichtperiodische, deterministische Signale (z.B. Einheitssprung),

periodische Signale (z.B. Sinus),

stationäre, stochastische Signale.

Bei der Auswahl des Testsignals sind der Einfluß von Störungen, der zeitliche und experimentelle Aufwand zur Durchführung und Auswertung der Messungen sowie der Aufwand für die Berechnung des Modellverhaltens zu berücksichtigen. Den geringsten Aufwand erfordert der Vergleich an Hand von nichtperiodischen Testsignalen. Gegen ihn spricht vor allem, daß der Einfluß von Störungen aus den Messergebnissen nicht zu eliminieren ist. Schon geringe Störungen machen nach /23,30/ die Ergebnisse unbrauchbar. Bei periodischen Signalen ist eine teilweise Trennung von Nutz- und Störsignalen möglich, wenn man durch Filter oder Korrelationsverfahren zur Auswertung nur die Grundwelle berücksichtigt. Bei stochastischen Signalen ist die Trennung im Prinzip auch möglich, jedoch schwierig /24/. Es werden deshalb sinusförmige Testsignale verwendet und Frequenzgangmessungen vorgenommen.

Die Bewegungsgleichungen (4.50), (4.61) und (4.68) der einzelnen Antriebe haben die Motormomente bzw. -kräfte als Eingangsgröße. Zwischen den Momenten und den Strömen besteht über die Drehmomentkonstante k_d ein linearer Zusammenhang, so daß sich für die Frequenzgangmessungen die Motorströme als leicht meßbare Eingangsgrößen anbieten würden (Bild 4.23). Eine Untersuchung in Abschnitt 4.6 zeigt jedoch, daß die Überwindung der Reibung einen erheblichen Anteil der Ströme erfordert. Da die Reibung in den Modellen nicht berücksichtigt ist, wären allein deshalb erheb-

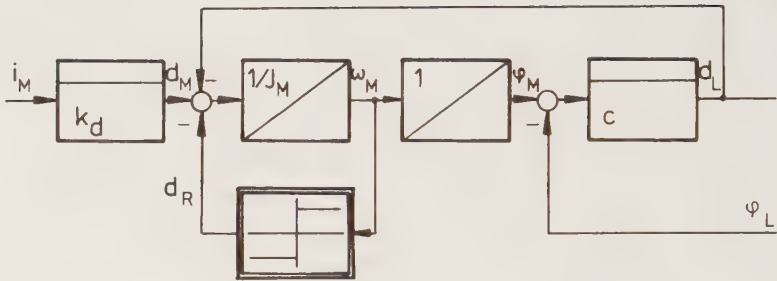


Bild 4.23 Ausschnitt aus dem Strukturbild eines Gleichstrommotors mit elastisch angekuppelter Last

liche Abweichungen zu erwarten. Weiter zeigt sich, daß die Reibung überwiegend in den Motoren selbst oder in starr mit der Motorwelle verbundenen Teilen auftritt. Wählt man als Eingangsgröße die Position der Motorwelle φ_M , so übt nach Bild 4.23 die Reibung keinen Einfluß auf die Messung aus. Bei einer solchen Messung ist als einziger Parameter des Modells das mit der Motorwelle starr verbundene Trägheitsmoment J_M nicht mehr zu überprüfen. Da dieser Parameter aus Listenangaben, Berechnungen und Messungen ohnehin relativ genau bekannt ist, kann auf seine Überprüfung verzichtet werden.

Als Ausgangsgröße der Frequenzgangmessungen dient die Position des Greiferkopfes. Da ihre Messung relativ schwierig ist, wird stattdessen die Beschleunigung über Beschleunigungsaufnehmer gemessen. Ebenso wird nicht die Position der Motorwelle, sondern über die eingebaute Tachomaschine ihre Drehzahl gemessen. Zwischen Amplitude und Phase von Weg x , Geschwindigkeit v und Beschleunigung b bestehen für sinusförmige Signale der Kreisfrequenz ω die Beziehungen

$$\hat{x} = \frac{\hat{v}}{\omega} = \frac{\hat{b}}{\omega^2} \quad (4.69)$$

und

$$\angle x = \angle v - \frac{\pi}{2} = \angle b - \pi. \quad (4.70)$$

Deswegen kann aus den gemessenen Signalen der Frequenzgang zwischen der Position von Motorwelle und Greiferkopf berechnet werden.

In den Bewegungsgleichungen der Modelle wurde keinerlei Dämpfung berücksichtigt. Für einen kontinuierlichen Verlauf der Frequenzgänge, insbesondere um endliche Resonanzüberhöhungen zu erhalten, ist eine kleine Dämpfung erforderlich. Sie wird durch einen geschwindigkeitsproportionalen Term $\underline{D} \cdot \dot{\underline{q}}$ eingeführt. Die Gleichung (4.50) für den Schwenkantrieb lautet dann z.B:

$$\underline{M}_S \ddot{\underline{q}}_S + \underline{D}_S \dot{\underline{q}}_S + \underline{C}_S \underline{q}_S = \underline{f}_S \quad (4.71)$$

Versuche mit verschiedenen Werten von $\underline{D}$ haben ergeben, daß mit

$$\underline{D} = \frac{1}{4000s} \underline{C} \quad (4.72)$$

die wirklichen Dämpfungsverhältnisse brauchbar angenähert werden. Es sei noch betont, daß eine Dämpfung nach Gl. (4.71) nur zur Frequenzgangberechnung eingeführt, für den Reglerentwurf dagegen vollständig vernachlässigt wird.

4.5.2 Vergleich der gemessenen und berechneten Frequenzgänge

Die Bilder 4.24, 4.25, und 4.25 zeigen die gemessenen und die berechneten Frequenzgänge der drei Antriebe des Roboters. Aufgetragen ist jeweils der Frequenzgang zwischen der auf die Koordinaten des Greiferkopfes umgerechneten Position der Motorwelle und der Position des Greiferkopfes. Für den Schwenkantrieb wurden sowohl der Betrag als auch die Phase ermittelt. Da bei minimalphasigen Systemen zwischen Betrag und Phase ein fester Zusammenhang besteht, sind für Horizontal- und Vertikalantrieb nur die Beträge der Frequenzgänge aufgetragen. Alle Bilder zeigen eine gute Übereinstimmung von gemessenem und berechnetem Frequenzgang. Von Bedeutung für die Beurteilung der Modellgüte ist lediglich die Lage der Extrema, während der Ver-

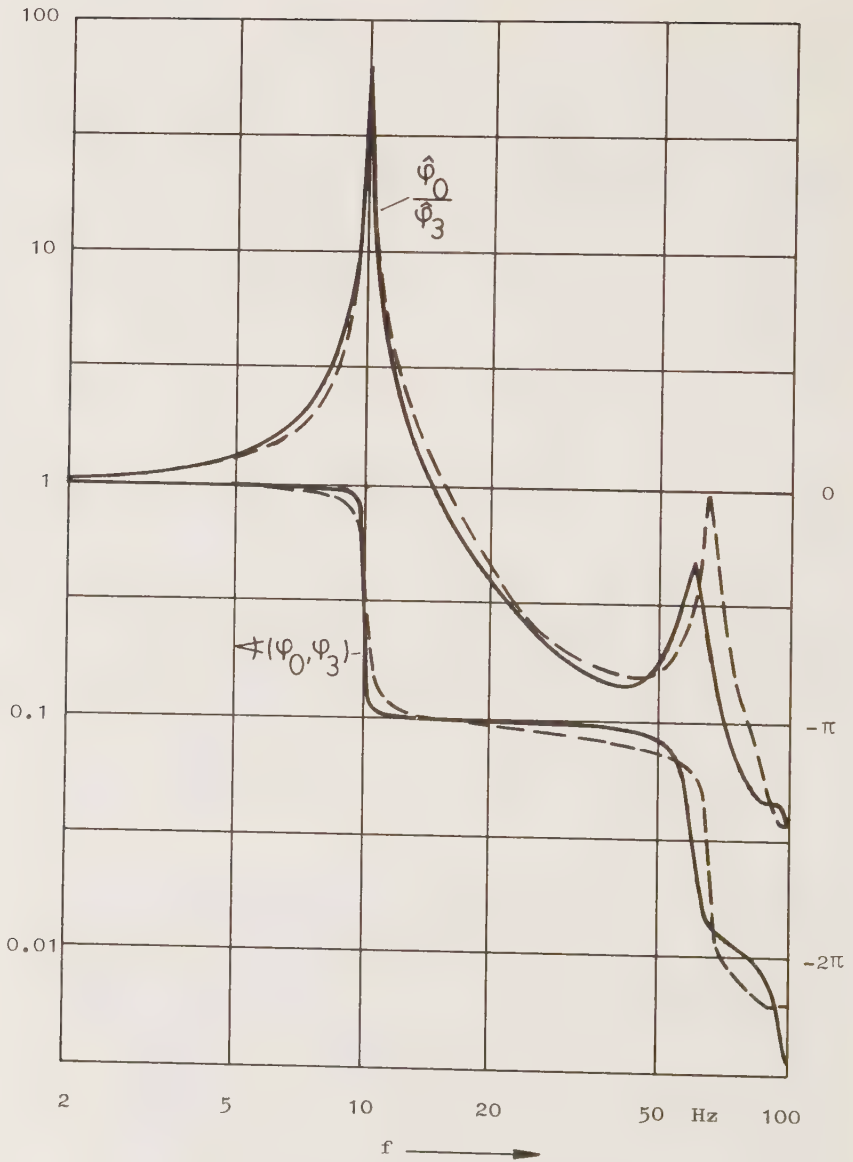


Bild 4.24 Frequenzgang des Schwenkantriebes

--- gemessen, — berechnet

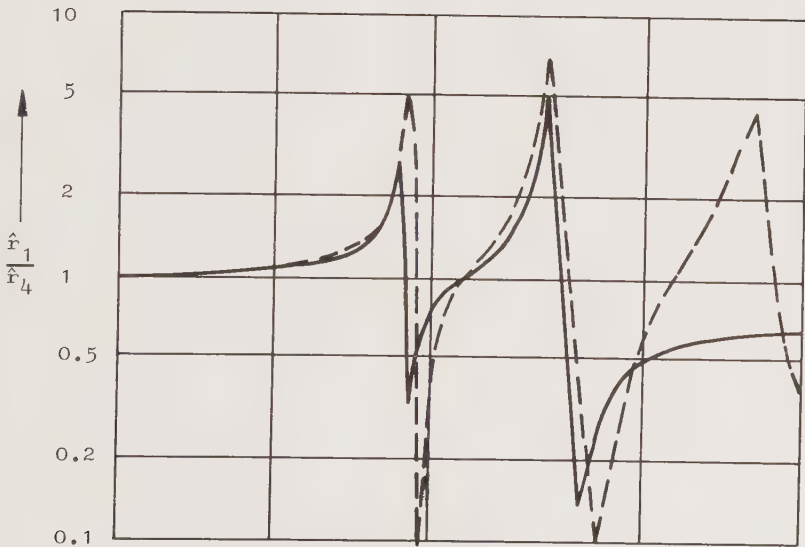
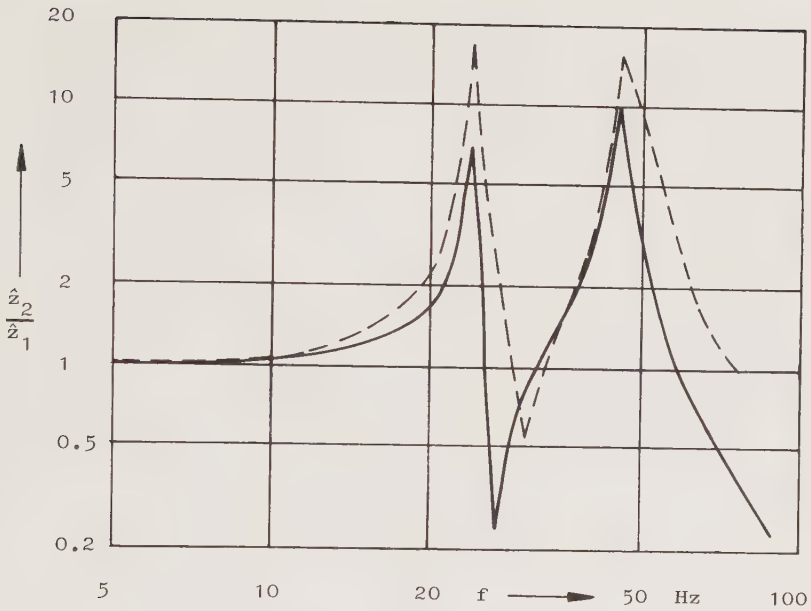


Bild 4.25 Frequenzgang des Vertikaltriebes

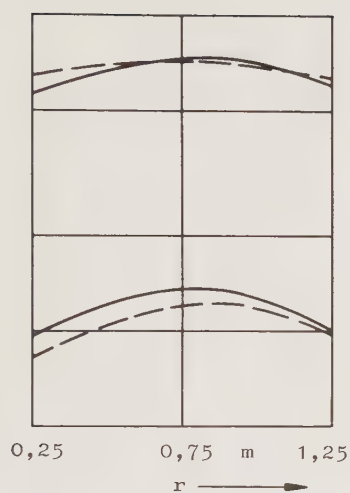
Bild 4.26 Frequenzgang des Horizontaltriebes

— berechnet, — — — gemessen

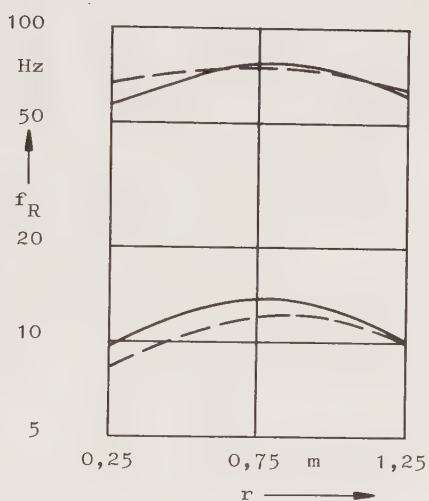
lauf dazwischen von den im Modell nur formal berücksichtigten Dämpfungsverhältnissen abhängt. Für einen späteren Reglerentwurf sind wiederum die niedrigeren Resonanzfrequenzen von größerer Bedeutung als die höheren. Im Schwenk- und Vertikalantrieb sind alle Resonanzfrequenzen in einem Bereich bis nahe 100 Hz erfaßt. Dagegen ist im Horizontalantrieb die Übereinstimmung nur bis ca. 50 Hz gegeben. Hubsäule und Roboterarm sind sowohl an den vom Vertikal- als auch an den vom Horizontalantrieb verursachten Schwingungen beteiligt. Es ist deshalb zu vermuten, daß die Abweichung von der Vernachlässigung der Nachgiebigkeit im Horizontalgetriebemotor herrührt. Sollte die Modellgüte für einen Anwendungsfall nicht ausreichen, so wäre hier ein Ansatzpunkt zu weiteren Verbesserungen. Allerdings würde sich dabei die Modellordnung erhöhen.

Die gezeigten Frequenzgänge gelten für einen festen Arbeitspunkt des Roboters. Seine dynamischen Eigenschaften ändern sich jedoch in Abhängigkeit von seiner Position und der zu bewegendes Last. In den Bildern 4.27 und 4.28 sind die gemessenen und berechneten Werte der ersten beiden Resonanzfrequenzen von Schwenk- und Vertikalantrieb aufgetragen. Gezeigt ist jeweils ihre Abhängigkeit vom Schwenkradius r in einer oberen und einer unteren Stellung des Vertikalantriebs und bei fehlender bzw. voller Belastung des Greiferkopfes. Die Modellparameter des Horizontalantriebs ändern sich in gleicher Weise wie die des Vertikalantriebs. Auf einen entsprechenden Vergleich für den Horizontalantrieb wird deshalb verzichtet.

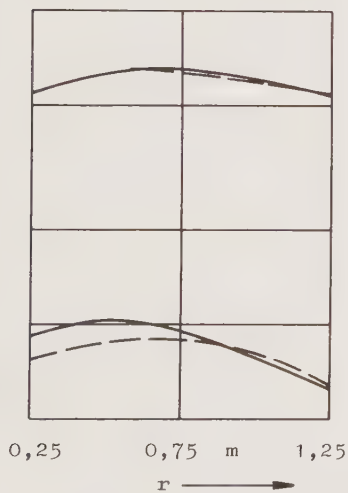
Aus den Bewegungsgleichungen, die mit Hilfe der LAGRANGEschen Differentialgleichungen 2. Art gewonnen wurden, läßt sich die Modellordnung ablesen: Für den Schwenkantrieb ergibt sie sich zu zehn, für den Vertikal- sowie für den Horizontalantrieb zu acht. Die gezeigten Bilder machen deutlich, daß die Modelle geeignet sind, das dynamische Verhalten des Roboters im gesamten Arbeitsbereich zu beschreiben.



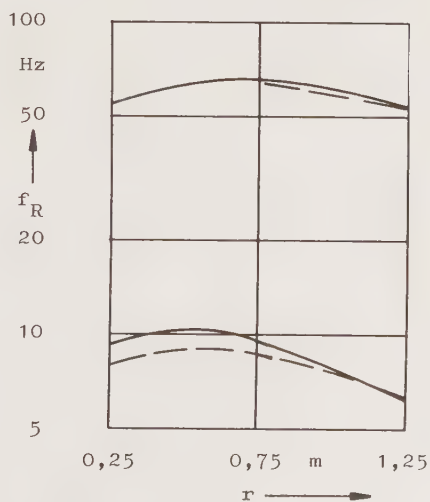
a) $m_L = 1,1 \text{ kg}$, $z = 1,1 \text{ m}$



b) $m_L = 1,1 \text{ kg}$, $z = 0,9 \text{ m}$



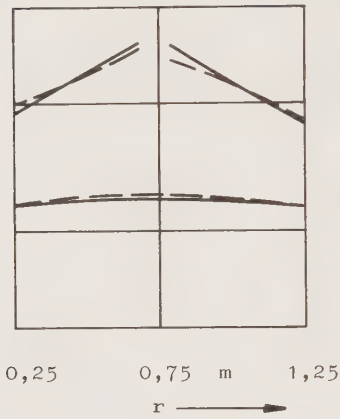
c) $m_L = 16,1 \text{ kg}$, $z = 1,1 \text{ m}$



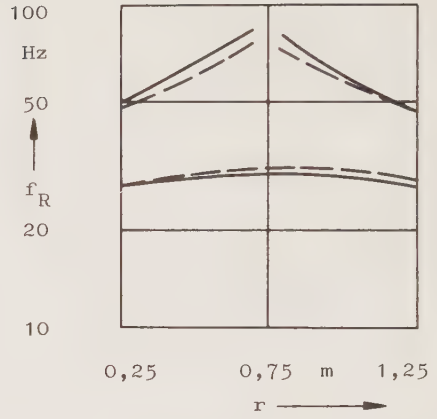
d) $m_L = 16,1 \text{ kg}$, $z = 0,9 \text{ m}$

Bild 4.27 Änderung der Resonanzfrequenzen des Schwenkantriebs

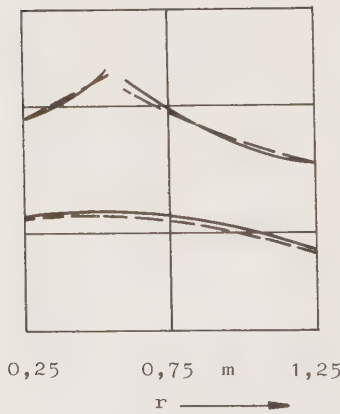
— — — gemessen, ————— berechnet



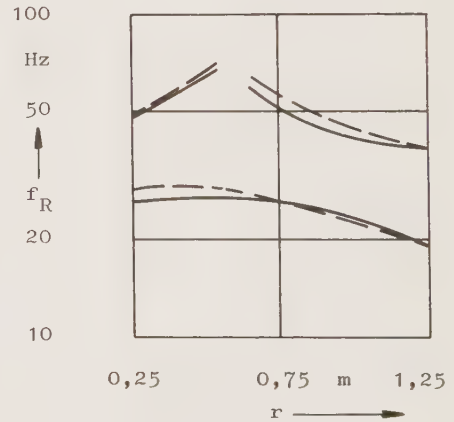
a) $m_L = 1,1 \text{ kg}$, $z = 1,1 \text{ m}$



b) $m_L = 1,1 \text{ kg}$, $z = 0,9 \text{ m}$



c) $m_L = 16,1 \text{ kg}$, $z = 1,1 \text{ m}$



d) $m_L = 16,1 \text{ kg}$, $z = 0,9 \text{ m}$

Bild 4.28 Änderung der Resonanzfrequenzen des Vertikalantriebs

— — — gemessen, — — — berechnet

4.6 Vernachlässigte Effekte

4.6.1 Dämpfung

Die Eigendämpfung der Schwingungen in Stahlkonstruktionen geschieht aufgrund innerer Vorgänge im Werkstoff. Dafür sind die verschiedensten Ursachen verantwortlich /20/. Als Beispiel seien hier die Relaxationsdämpfung und die mechanische Hysterese genannt.

Eine Art der Relaxationsdämpfung entsteht dadurch, daß gelöste Fremdatome im Metallgitter von energetisch ungünstigen zu energetisch günstigen Zwischengitterplätzen wechseln. Dieser Vorgang benötigt Zeit. Nach Anlegen einer mechanischen Spannung σ stellt sich sofort eine Anfangsdehnung ϵ ein, während sich ein zweiter Anteil erst mit dem Abklingen der Relaxationsvorgänge aufbaut (Bild 4.29).

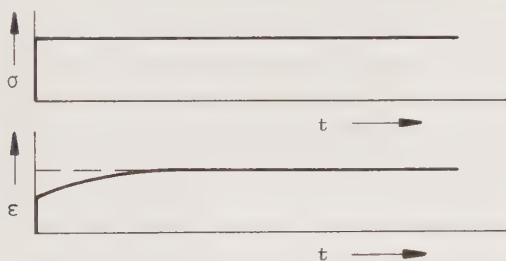


Bild 4.29 Einfluß der Relaxationsdämpfung auf die Dehnung

Neben dem genannten Wandern von gelösten Atomen auf andere Zwischengitterplätze gibt es noch weitere Relaxationsvorgänge, die sich in den für ihren Ablauf charakteristischen Zeiten unterscheiden. Unter dem Einfluß einer mechanischen Wechselbeanspruchung bestimmter Frequenz wird ein Vorgang den Hauptanteil der Relaxationsdämpfung liefern. Daneben gibt es Vorgänge, die in der zugehörigen Periodendauer noch nicht und solche die nicht mehr in nennenswertem Umfang ablaufen.

Die mechanische Hysteresis entsteht durch irreversible Versetzungsbewegungen im Metallgitter. Unter dem Einfluß einer mechanischen Wechselbeanspruchung wird durch die Versetzungsbewegungen pro Schwingung eine bestimmte Energiemenge in Wärme umgesetzt; die Menge ist von der Schwingungsamplitude, nicht jedoch von der Frequenz, abhängig.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die Werkstoffdämpfung äußerst schwierig zu beschreiben ist. Andererseits ist sie so gering, daß sie beim Entwurf einer Regelung vernachlässigt werden darf. Die Dämpfungswerte, die für ein akzeptables Verhalten nötig sind, müssen ohnehin durch die Regelung selbst erzeugt werden.

4.6.2 Reibung und Lose

Die Reibung ist einer theoretischen Behandlung nur schwer zugänglich, da sich die Reibungsverhältnisse während eines Bewegungsvorganges und mit der Betriebsdauer stark ändern /17/. Vom regelungstechnischen Standpunkt aus ist vor allem die Tatsache problematisch, daß die Reibungskräfte beim Übergang von der Ruhe in die Bewegung normalerweise absinken, also eine Mitkopplung darstellen. Erst im Bereich höherer Geschwindigkeiten wird, abhängig von der Schmierung, wieder ein Anstieg beobachtet. In Bild 4.30 ist für die drei Roboterantriebe die Abhängigkeit der Reibung von der jeweiligen Motordrehzahl aufgetragen. Die Reibungskräfte und -momente sind dabei auf die Nennmomente der entsprechenden Motoren bezogen.

In der Mechanik des Roboters entsteht durch Kugellager und Rollenführungen durchwegs rollende Reibung. Sie hat wesentlich geringere Reibungskräfte zur Folge als die Gleitreibung, wie sie in den Getrieben und als Bürstenreibung in den Motoren auftritt. Deshalb ist im Schwenkantrieb die Reibung im Drehturm gegenüber der im Getriebemotor vernachlässigbar. Im Horizontal- und Vertikalantrieb treten ohnehin Reibungskräfte nur an solchen Elementen auf, die

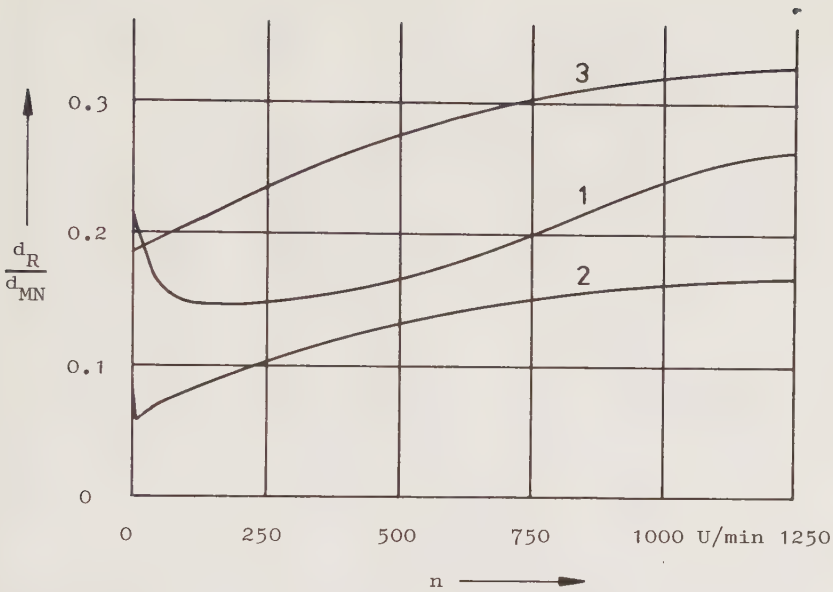


Bild 4.30 Abhängigkeit der Reibung von der Motordrehzahl

- 1 Schwenkantrieb
- 2 Horizontalantrieb
- 3 Vertikalantrieb

im Modell starr mit der Motorwelle verbunden sind. Eine Aufteilung der Reibung in verschiedene, durch Elastizitäten getrennte Anteile ist in keinem der drei Antriebe erforderlich.

Die Lose in Form von Getriebelose und Kupplungsspiel kann durch aufwendige Konstruktion zwar verringert, in den seltensten Fällen jedoch vollkommen eliminiert werden. Ihre Auswirkungen lassen sich durch Verspannung vermeiden. Dies bedingt aber einen zusätzlichen Aufwand und hat eine Erhöhung der Reibung zur Folge /12/. Am Roboter treten im Horizontal- und Vertikalantrieb nur sehr geringe Werte der Lose auf (im Horizontalantrieb z.B. $44 \mu\text{m}$). Im Schwenkantrieb liefert das zweistufige Getriebe den Hauptanteil der Lose. Insgesamt ist hier eine auf die Schwenkachse bezogene Lose von $2\varepsilon = 4,62 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$ zu beobachten.

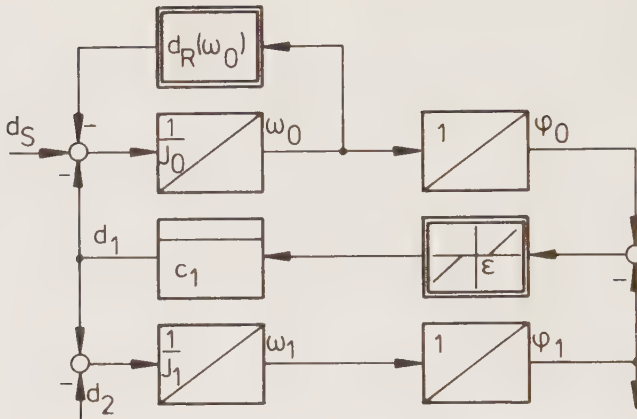


Bild 4.31 Berücksichtigung von Reibung und Lose im Strukturbild des Schwenkantriebs

Bild 4.31 zeigt, wie Reibung und Lose im Strukturbild des Schwenkantriebes berücksichtigt werden. Auf entsprechend einfache Weise ist dies auch im Strukturbild von Vertikal- und Horizontalantrieb möglich. Reibung und Lose sind beides nichtlineare Effekte. Im angestrebten linearen Modell der Mechanik werden sie vernachlässigt, da eine Linearisierung, etwa mit Hilfe der Beschreibungsfunktion, für die hier zu untersuchenden Positioniervorgänge nicht geeignet ist. Inwieweit sich diese Vernachlässigung im Verhalten der Regelung auswirkt, wird sich in Kapitel 5 zeigen. Eine theoretische Untersuchung der Stabilität der Ruhelage von Regelkreisen mit zwei Nichtlinearitäten gestattet ein in /10/ angegebenes Verfahren.

4.6.3 Fliehkraft

Die Fliehkraft entsteht während einer Schwenkbewegung, wenn der gemeinsame Schwerpunkt von Horizontalarm und einer eventuellen Last außerhalb der Drehachse liegt (Bild 4.32). Sie wirkt als Störgröße auf den Horizontalantrieb. Soll die radiale Bewegung des Horizontalarms dadurch nicht beeinflusst werden, so ist die Fliehkraft durch den Horizontalmotor zu kompensieren. Für den starren Horizontalarm ergibt sich die Fliehkraft aus

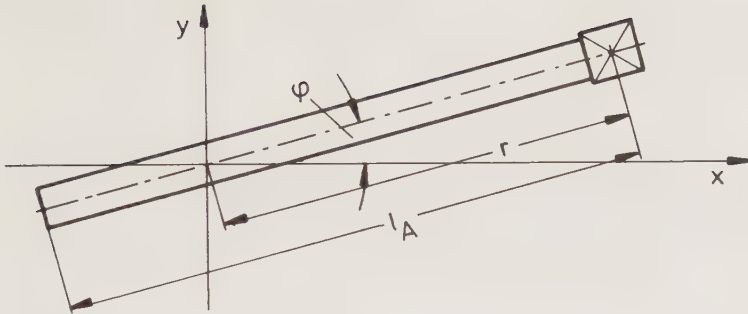


Bild 4.32 Zur Berechnung der Fliehkraft

$$\begin{aligned}
 F_F(t) &= \mu \dot{\varphi}^2(t) \int_{r-l_A}^r \xi d\xi + m_L r \dot{\varphi}^2(t) \\
 &= \dot{\varphi}^2(t) \left[m \left(r - \frac{l_A}{2} \right) + m_L r \right]. \quad (4.73)
 \end{aligned}$$

Dabei ist $\mu = m/l_A$ die spezifische Massebelegung des Horizontalarms und m_L die Masse der Last. Die Fliehkraft ist also nicht nur von der Schwenkgeschwindigkeit, sondern auch von der Stellung des Horizontalarms und von der Last abhängig. Durch die multiplikative Verknüpfung ergibt sich ein nichtlinearer Zusammenhang.

Um den Einfluß der Fliehkraft auf den Horizontalantrieb abzuschätzen, ist neben der Größe auch die Dynamik wichtig, mit der sich die Fliehkraft ändern kann. Durch das folgende Gedankenexperiment wird ein Zusammenhang zwischen der maximalen Größe und der Frequenz der Fliehkraft hergestellt. Dazu wird eine sinusförmige Schwenkbewegung mit der maximal möglichen Amplitude $\hat{\varphi}$ betrachtet:

$$\varphi(t) = \hat{\varphi} \sin \omega t.$$

Bei niedrigen Frequenzen ist $\hat{\varphi}$ durch den Schwenkbereich des Roboters beschränkt:

$$\hat{\varphi}_{\max} = \frac{3}{4} \pi.$$

Damit ist

$$\dot{\varphi}(t) = \omega \hat{\varphi}_{\max} \cos \omega t. \quad (4.74)$$

Mit zunehmender Frequenz wird die maximale Schwenkgeschwindigkeit

$$\dot{\psi}_{\max} = 1,75 \text{ rad/s} \quad (4.75)$$

erreicht. Die Schwenkamplitude muß entsprechend zurückgenommen werden. Bei einer weiteren Frequenzerhöhung begrenzt die maximale Winkelbeschleunigung, die durch das maximale Motormoment gegeben ist, die Amplitude der Schwingung. Aus

$$\ddot{\psi}_{\max} = \frac{d_{MN}}{J}$$

folgt

$$\dot{\psi} = \frac{d_{MN}}{J\omega} \cos\omega t \quad (4.76)$$

Der Motor entwickelt bei Nennstrom ein auf die Schwenkachse bezogenes Moment von 160,2 Nm. Das Gesamtträgheitsmoment des Schwenkantriebes beträgt nach Abschnitt 4.3.2

$$J = J_0 + J_1 + J_2 + m_2 r^2 + (1_A - r)^2 m_3$$

$$= 49,04 \text{ kgm}^2 - 51,8 \text{ kgm } r + (32,4 \text{ kg} + m_L) r^2$$

Über die Gln. (4.73), (4.74), (4.75) und (4.76) ist ein Zusammenhang zwischen der Frequenz und der maximalen Fliehkraft des Horizontalarms hergestellt. Mit

$$\dot{\psi} = \hat{\dot{\psi}} \cos\omega t$$

gilt:

$$F_F(t) = \left(m(r - \frac{1_A}{2}) + m_L r\right) \hat{\dot{\psi}}^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos 2\omega t) \quad (4.77)$$

In Bild 4.33 ist die Amplitude $\hat{F}_F$ des Wechselanteils für verschiedene Kombinationen von Position und Last aufgetragen. Die Fliehkraft ist dabei auf die maximal vom Horizontalmotor aufzubringende Kraft $F_{H\max} = 1732 \text{ N}$ bezogen. Das Bild zeigt zum einen, daß nennenswerte Kräfte nur in einem Bereich unter 1 Hz auftreten. In diesem Bereich kann der Roboter noch als starr betrachtet werden, obwohl der Wechselanteil der Fliehkraft doppelte Frequenz aufweist. Die eingangs gemachte Annahme des starren Roboterarms ist damit gerechtfertigt. Zum anderen nimmt die Fliehkraft insgesamt nur sehr geringe Werte an. Ihr Einfluß auf den Hori-

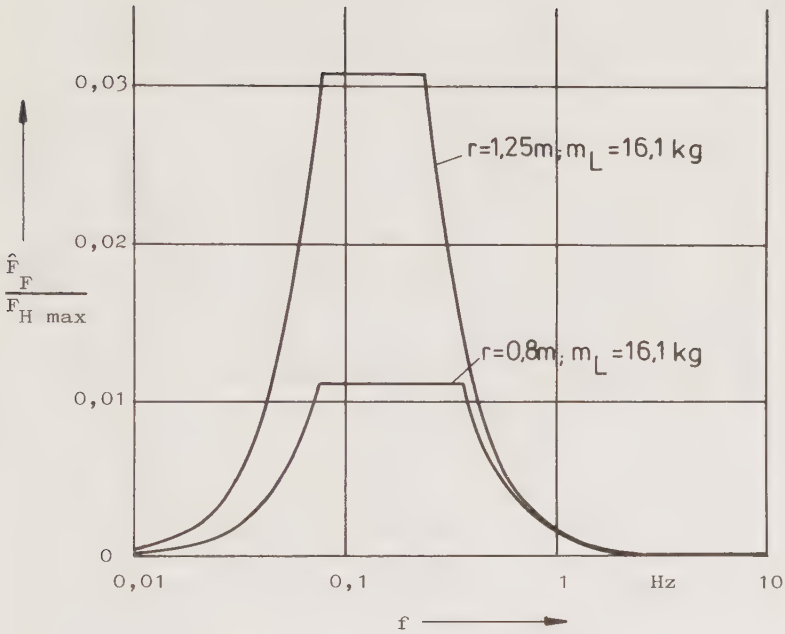


Bild 4.33 Maximalwerte der Fliehkraft

zontalantrieb könnte durch eine Störgrößenaufschaltung nach Gl. (4.73), wie in / 5 / vorgeschlagen, vollkommen eliminiert werden. In Anbetracht der niedrigen Werte von Amplitude und Frequenz der Fliehkraft kann bei diesem Roboter auf eine Kompensation verzichtet und die Korrektur der Regelung des Horizontalantriebs überlassen werden.

4.6.4 Corioliskraft

Das Trägheitsmoment des Horizontalarms ändert sich beim Verfahren in radialer Richtung. Damit die kinetische Energie im Schwenkantrieb konstant bleibt, ist eine Änderung der Winkelgeschwindigkeit erforderlich. Dieser Effekt wird

durch die Corioliskraft beschrieben. Sie tritt nur bei gleichzeitiger Bewegung des Horizontal- und Schwenkantriebs auf. Das Moment d_c , das die Winkelbeschleunigung des Horizontalarms bewirkt, erhält man aus

$$\begin{aligned} d_c(t) &= -2 \dot{r}(t) \dot{\varphi}(t) \mu \int_{r-l_A}^r \xi d\xi - 2 m_L r(t) \dot{r}(t) \dot{\varphi}(t) \\ &= -2 \dot{r}(t) \dot{\varphi}(t) \left[m \left(r(t) - \frac{l_A}{2} \right) + m_L r(t) \right]. \quad (4.78) \end{aligned}$$

Da Gl. (4.78) ebenfalls eine nichtlineare Beziehung darstellt, wird der Zusammenhang zwischen Amplitude und Frequenz der Corioliskraft durch ein ähnliches Gedankenexperiment wie bei der Fliehkraft hergestellt. Der Schwenkantrieb des Roboters soll eine Schwenkbewegung mit maximaler Schwenkgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_{\max}$ durchführen. Währenddessen vollzieht der Horizontalantrieb eine Bewegung

$$r(t) = r_0 + \Delta r \sin \omega t \quad (4.79)$$

mit der maximal möglichen Amplitude Δr . Geschwindigkeit und Beschleunigung haben die Werte

$$\dot{r}(t) = \Delta r \omega \cos \omega t = \hat{r} \cos \omega t, \quad (4.80)$$

$$\ddot{r}(t) = -\Delta r \omega^2 \sin \omega t = -\hat{r} \omega^2 \sin \omega t. \quad (4.81)$$

Die Beschränkungen sind gegeben durch

$$\hat{r} \leq 0,5 \text{ m} \cdot \omega,$$

$$\hat{r} \leq 1 \text{ m/s},$$

$$\hat{r} \leq \frac{F_{H \max}}{\omega(m+m_L+m_M)},$$

$$\Delta r + r_0 \leq 1,25 \text{ m}.$$

Die Trägheit des Horizontalmotors wird durch die umgerechnete Masse m_M berücksichtigt. Mit den Gl.n. (4.79) und (4.80) folgt aus Gl. (4.78)

$$\begin{aligned} d_c(t) &= -2 \dot{\varphi}_{\max} \left[\hat{r} \left(m \left(r_0 - \frac{l_A}{2} \right) + m_L r_0 \right) \cos \omega t \right. \\ &\quad \left. + \hat{r}^2 \frac{m+m_L}{2 \omega} \sin 2\omega t \right]. \end{aligned}$$

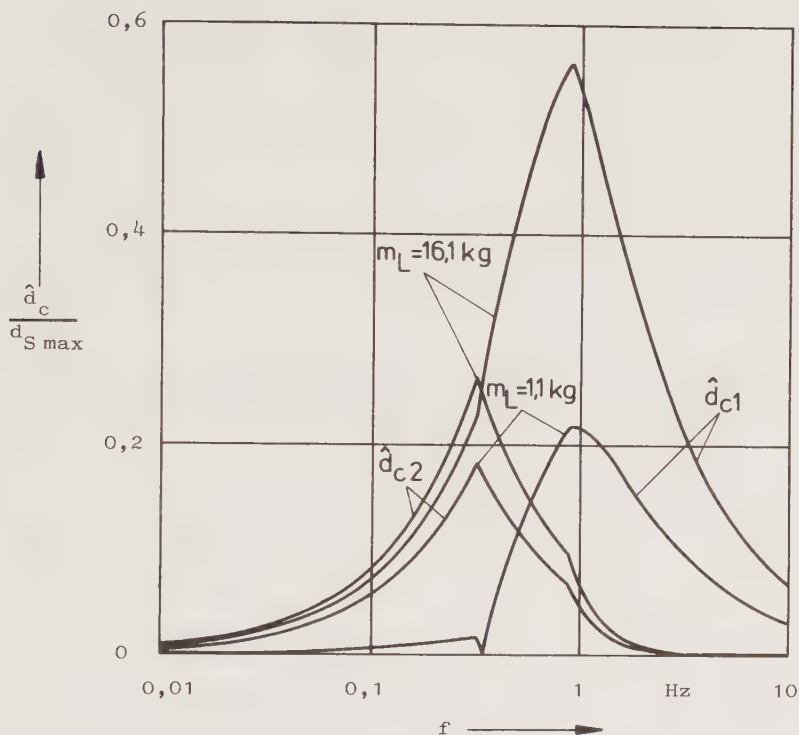


Bild 4.34 Maximalwerte des Coriolismomentes

In Bild 4.34 sind die Amplitude $\hat{d}_{c1}$ des gleichfrequenten Anteils und die Amplitude $\hat{d}_{c2}$ des doppeltfrequenten Anteils von $d_c(t)$ für verschiedene Werte von m_L aufgetragen. Für r_0 wurde dabei immer der maximal mögliche Wert angenommen. Während für den doppeltfrequenten Anteil bezüglich der Größe die gleichen Überlegungen wie bei der Fliehkraft gelten, weist der gleichfrequente Anteil beachtliche Werte auf, die zu höheren Frequenzen hin langsamer abklingen als bei der Fliehkraft. Nennenswerte Anteile treten bis zu ca. 10 Hz auf. In diesem Bereich kann der Horizontalarm noch als starr betrachtet werden, so daß die wesentlich schwierigere Berechnung der Corioliskraft für den elastischen Arm nicht durchgeführt werden muß.

Für eine Kompensation von d_c durch den Schwenkmotor, wie sie in /5/ vorgeschlagen wurde, muß dagegen die Dynamik des gesamten Schwenkantriebs beachtet werden. Vor allem wegen der großen Nachgiebigkeit der Antriebskette ist damit zu rechnen, daß diese Kompensation, die unter der Voraussetzung des starren Antriebs durch Gl. (4.78) gegeben ist, für höhere Frequenzanteile nicht mehr die gewünschten Ergebnisse liefert. Welche Auswirkungen die Corioliskraft auf den geregelten Schwenkantrieb ohne Kompensation hat, wird an späterer Stelle untersucht.

4.6.5 Rückwirkungen auf den Schwenkantrieb über die Drehimpulse von Vertikal- und Horizontalmotor

Vertikal- und Horizontalmotor sowie die Hubspindel des Vertikalantriebs sind auf dem Drehturm des Roboters befestigt. Ihre Achsen liegen parallel zur Drehachse des Schwenkantriebs und sie drehen sich bei einer Schwenkbewegung mit. Bei einer Winkelbeschleunigung des Drehturmes müssen sie gleichfalls beschleunigt werden. Die dazu nötigen geringen Drehmomente werden über die Reibungskräfte ohne weiteres übertragen. Andererseits wird bei einer Beschleunigung des Vertikal- oder Horizontalmotors der Drehimpuls des Drehturmes beeinflusst:

$$D = J_D \omega_D + J_V \omega_V + J_{Sp} \omega_{Sp} + J_H \omega_H .$$

Es stehen die Indizes

D für Drehturm,

V für Vertikalmotor,

Sp für Hubspindel,

H für Horizontalmotor.

Vertikalmotor und Hubspindel sind über einen Keilriemen gekoppelt. Mit

$$\omega_{Sp} = \omega_D + 0,83 (\omega_V - \omega_D)$$

gilt:

$$D = (J_D + J_{Sp} (1 - 0,83)) \omega_D + (J_V + 0,83 J_{Sp}) \omega_V + J_H \omega_H .$$

Nach dem Impulssatz hat ein am Drehturm angreifendes Moment

eine Veränderung des Drehimpulses zur Folge:

$$d = \frac{dD}{dt}.$$

Rückwirkungen von Beschleunigungsvorgängen im Horizontal- und Vertikalantrieb auf die Schwenkgeschwindigkeit ω_D können nur durch ein äußeres Moment

$$d = (J_V + 0,83 J_{Sp}) \dot{\omega}_V + J_H \dot{\omega}_H \quad (4.82)$$

verhindert werden. Die Winkelbeschleunigungen $\dot{\omega}_V$ und $\dot{\omega}_H$ erreichen ihre Maximalwerte, wenn Horizontal- und Vertikalmotor den unbelasteten Roboter beschleunigen. Sie sind dann proportional zu den entsprechenden Motorströmen I_H und I_V und es gilt mit Gl. (4.82):

$$d = 0,25 \text{ Nm/A } I_V + 0,244 \text{ Nm/A } I_H.$$

Das Moment d kann nur von einem Strom I_S im Schwenkmotor aufgebracht werden. Mit

$$d = 26,7 \text{ Nm/A } I_S$$

folgt:

$$I_S = 0,0093 I_V + 0,0091 I_H. \quad (4.83)$$

Im Gegensatz zu Fliehkraft und Corioliskraft können diese Rückwirkungen hohe Dynamik aufweisen. Ihre Kompensation nach Gl. (4.83) wäre nicht erfolgversprechend, da der Schwenkmotor nur über die Elastizität der Antriebskette auf den Drehturm einwirken kann. Glücklicherweise sind die Rückwirkungen von so geringer Amplitude, daß sie nicht weiter berücksichtigt werden müssen. Im Konstruktionsstadium könnten sie weiter verringert werden, wenn anstelle des Keilriemenantriebs ein Zahnradantrieb vorgesehen würde. Die Drehimpulse von Vertikalmotor und Hubspindel würden sich dann teilweise kompensieren.

5. Regelung schwingungsfähiger mechanischer Systeme

5.1 Literaturübersicht

Die Mehrzahl der Autoren, die sich mit dem Problem der Regelung schwingungsfähiger mechanischer Systeme befassen versucht, durch Modifikation der Regelung für starre Systeme eine Verringerung der Schwingneigung zu erzielen. In /22/ wird für die Bedämpfung eines Drehzahlregelkreises der Einsatz eines auf die Resonanzfrequenz abgestimmten Filters vorgeschlagen. Die Veröffentlichungen /12, 26, 27/ behandeln die Positionierung von Spiegel- und Radioteleskopen. Hier führte die Einbeziehung weiterer mechanischer Größen in die Regelung zu den gewünschten Verbesserungen. Die Erfassung dieser Größen erfordert zusätzliche Meßgeber. Neben der Frage des Aufwands muß auch geprüft werden, ob die Meßgeber betriebsmäßig überhaupt anzubringen sind.

Im Gegensatz zu den vorgenannten Arbeiten werden in /28/ die für eine Schwingungsdämpfung benötigten zusätzlichen Größen durch einen Einheitsbeobachter erzeugt. Eine daraus abgeleitete Korrekturgröße wird zusätzlich zum Stromsollwert eines konventionell aufgebauten Drehzahlregelkreises eingespeist. Mit den mechanischen Schwingungen, die beim Haspeln von Metallband entstehen, befaßt sich /31/. Bei unverändertem Hauptregelkreis übernimmt ein zusätzlicher unterlagerter Regelkreis die Aufgabe der Schwingungsdämpfung. Seine Informationen über die Regelstrecke erhält er durch Messung und Einsatz eines Beobachters. Alle bisher geschilderten Arbeiten lassen das Bemühen erkennen, auch wenn sie Zustandsraummethoden verwenden, den Aufbau und die Struktur der üblicherweise eingesetzten Regelkreise beizubehalten. In /29/ werden für ein magnetisch abgestütztes Fahrzeug im spurgebundenen Schnellverkehr Modellbildung und Regelung beschrieben. Das hier angewandte Verfahren der modalen Regelung gestattet nach einer modalen Analyse der Meßgrößen die entkoppelte Regelung der

verschiedenen Eigenschwingungen des Fahrzeugs. Die Stellgrößen ergeben sich durch eine modale Synthese aus den Ausgangsgrößen der einzelnen Regler. Für jede der zu regelnden Eigenschwingungen ist eine Meß- und eine Stellgröße erforderlich. Wegen des hohen theoretischen und gerätetechnischen Aufwands dürfte dieses Verfahren nur in Sonderfällen zum Einsatz kommen.

5.2 Zustandsregelung mit Beobachter

Im Abschnitt 4 wurden für die einzelnen Antriebe des Roboters lineare und zeitinvariante Modelle für kleine Bewegungen um einen festen Arbeitspunkt abgeleitet. Für jede Achse sind in Gestalt der Motorspannung eine Stellgröße und durch die Signale von Tachomaschine und Lagepotentiometer zwei Ausgangsgrößen vorhanden. Jeder Antrieb läßt sich durch eine Zustandsgleichung

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A} \underline{x} + \underline{b} u \quad (5.1)$$

und eine Ausgangsgleichung

$$\underline{y} = \underline{C} \underline{x} \quad (5.2)$$

im Zustandsraum beschreiben. Dabei ist

$$\underline{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

der n - dimensionale Zustandsvektor,

$$\underline{y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_m)$$

der m - dimensionale Ausgangsvektor, u die Steuergröße, $\underline{A}$ die $(n \times n)$ - Systemmatrix, $\underline{b}^T$ der n - dimensionale Eingangsvektor und $\underline{C}$ die $(m \times n)$ - Ausgangsmatrix. Im folgenden sei vorausgesetzt, daß das betrachtete System vollkommen steuerbar und beobachtbar ist. Dann läßt sich seine Dynamik über eine Rückführung aller Zustandsgrößen gemäß

$$u = - \underline{k}^T \underline{x} \quad (5.3)$$

beliebig verändern. Aus den Gln. (5.1) und (5.3) folgt das charakteristische Polynom des geregelten Systems zu

$$N(s) = \det (s\underline{E} - \underline{A} + \underline{b} \underline{k}^T). \quad (5.4)$$

Der Rückführvektor $\underline{k}^T$ kann durch Vorgabe des charakteristischen Polynoms $N(s)$ (Polvorgabe) und Koeffizientenvergleich in Gl. (5.4) aus einem linearen Gleichungssystem ermittelt werden. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, den Rückführvektor $\underline{k}^T$ aus einem quadratischen Gütekriterium für die Zustandsgrößen des geregelten Systems zu bestimmen.

Den Zustandsvektor $\underline{x}$ erhält man jedoch nur dann aus Gl. (5.2), wenn der Ausgangsvektor $\underline{y}$ aus n Meßgrößen gebildet wird und die Ausgangsmatrix $\underline{C}$ invertierbar ist. Meist ist die Anzahl der Meßgrößen jedoch kleiner. Dann ist der Einsatz eines Zustandsbeobachters erforderlich. Der Beobachter ist ein dynamisches System, dem die Steuergröße u und der Ausgangsvektor $\underline{y}$ der zu beobachtenden Regelstrecke zugeführt werden. Seine Zustandsgleichung lautet:

$$\dot{\underline{z}} = \underline{F} \underline{z} + \underline{D} \underline{y} + \underline{T} \underline{b} u . \quad (5.5)$$

Unter der Voraussetzung

$$\underline{T} \underline{A} - \underline{F} \underline{T} = \underline{D} \underline{C} \quad (5.6)$$

folgt mit der Substitution

$$\underline{\xi} = \underline{z} - \underline{T} \underline{x}$$

aus den Gln. (5.1), (5.2) und (5.5)

$$\dot{\underline{\xi}} = \underline{F} \underline{\xi} .$$

Wenn die Eigenwerte der Beobachtermatrix $\underline{F}$ einen negativen Realteil haben, dann gilt im eingeschwungenen Zustand

$$\underline{\xi} = \underline{0}$$

und folglich

$$\underline{z} = \underline{T} \underline{x} . \quad (5.7)$$

Für $\underline{T} = \underline{E}$ erhält man den sogenannten Einheitsbeobachter, dessen Ordnung gleich der Streckenordnung n ist. Mit

$\hat{\underline{y}} = \underline{C} \underline{z}$ folgt aus den Gln. (5.5) und (5.6):

$$\dot{\underline{z}} = \underline{A} \underline{z} + \underline{b} u - \underline{D} (\hat{\underline{y}} - \underline{y}) .$$

Aus dieser Darstellung ist ersichtlich, daß es sich bei dem Einheitsbeobachter um ein Modell der Regelstrecke handelt, das bei Abweichungen über $\underline{D}$ ($\hat{\underline{y}} - \underline{y}$) korrigiert wird.

Zur Berechnung eines Schätzwertes $\hat{\underline{x}}$ für den Zustandsvektor $\underline{x}$ genügt jedoch ein reduzierter Beobachter nach LUENBERGER /15/. Seine Ordnung r ist gleich der Differenz zwischen der Streckenordnung n und der Anzahl m der Meßgrößen y_i :

$$r = n - m .$$

Aus dem Zustand $\underline{z}$ dieses reduzierten Beobachters und dem Ausgangsvektor $\underline{y}$ der Regelstrecke ergibt sich mit den Gln. (5.2) und (5.7) ein Schätzwert für den Streckenzustand $\underline{x}$ in der Form

$$\hat{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{T} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \underline{z} \end{bmatrix} . \quad (5.8)$$

Die Voraussetzung, daß die Zeilen von $\underline{C}$ und $\underline{T}$ linear unabhängig sind, läßt sich immer erfüllen. Setzt man $\hat{\underline{x}}$ an Stelle von $\underline{x}$ in die Gl. (5.3) ein, so erhält man die Zwischengröße

$$\tilde{u} = \underline{k}^T \begin{bmatrix} \underline{C} \\ \underline{T} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{y} \\ \underline{z} \end{bmatrix} = \underline{g}^T \underline{y} + \underline{e}^T \underline{z} . \quad (5.9)$$

In der Stellgröße u wird neben der Rückführung $\tilde{u}$ noch ein Sollwert w berücksichtigt:

$$u = - \tilde{u} + 1 w . \quad (5.10)$$

Über einen Stelleingriff kann nur für eine Ausgangsgröße y_i ein unabhängiger Sollwert w vorgegeben werden. Diese Ausgangsgröße sei y_1 . Bild 5.1 zeigt den Regelkreis, wie er durch die Gleichungen (5.1), (5.2), (5.5), (5.9) und (5.10) beschrieben wird.

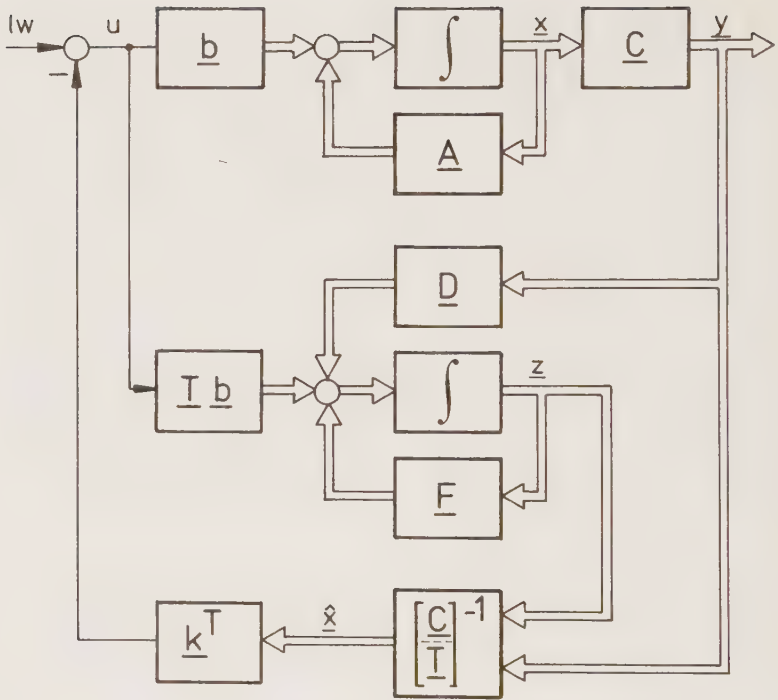


Bild 5.1 Regelkreis mit Zustandsregler und Beobachter

Mit den Übertragungsfunktionen der Regelstrecke

$$\frac{Y_i(s)}{U(s)} = \frac{Z_{Si}(s)}{N_S(s)} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} p_{ik} s^k}{\sum_{k=0}^n a_k s^k} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (5.11)$$

erhält man die Führungsübertragungsfunktion

$$\frac{Y_1(s)}{W(s)} = \frac{Z_{S1}(s) \cdot 1}{\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \mathbf{b} \mathbf{k}^T)} \quad (5.12)$$

und die Übertragungsfunktion für eine am Streckeneingang

angreifende Störung r

$$\frac{Y_1(s)}{R(s)} = \frac{Z_{S1}(s) \det(s\mathbf{E} - \mathbf{F} - \mathbf{T} \mathbf{b} \mathbf{e}^T)}{\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \mathbf{b} \mathbf{k}^T) \det(s\mathbf{E} - \mathbf{F})} \quad (5.13)$$

Während das Führungsverhalten nur durch den Rückführvektor $\mathbf{k}^T$ beeinflußt wird, ist für das Störverhalten auch die Dynamik des Beobachters von Bedeutung.

Für den Entwurf eines Zustandsreglers mit Beobachter ist die Berechnung des Rückführvektors $\mathbf{k}^T$ aus Gl. (5.4) sowie die Auslegung eines Beobachters nach Gl. (5.6) erforderlich. Bei der Beobachterberechnung ergeben sich dadurch Schwierigkeiten, daß zur Lösung von Gl. (5.6) sehr viele Parameter vorzugeben sind, für deren zweckmäßige Wahl keine Anhaltspunkte vorliegen. Eine Möglichkeit besteht beispielsweise darin, neben den bekannten Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{C}$ die beiden Matrizen $\mathbf{D}$ und $\mathbf{F}$ vorzugeben. Dann stellt Gl. (5.6) ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung von $\mathbf{T}$ dar. Überschaubare Zusammenhänge zwischen den freien Parametern und dem Verhalten des Regelkreises bestehen nur für die Eigenwerte von $\mathbf{F}$. Die restlichen Parameter beeinflussen bei exakter Realisierung des Beobachters nur den Zähler der Störübertragungsfunktion. Häufig entstehen jedoch sehr empfindliche Reglerstrukturen, die bei der geringsten Variation ihrer Parameter die Regelkreisdynamik entscheidend verändern / 7 /.

In / 9 / ist für Regelstrecken mit einer Ausgangsgröße ein Entwurfsverfahren für Zustandsregler im Frequenzbereich angegeben, das in / 8 / auf Regelstrecken mit mehreren Ausgängen erweitert wurde. Dieses Verfahren liefert nur die für die Dynamik des Regelkreises entscheidenden Übertragungsfunktionen des Reglers. Seine Struktur ist noch frei und kann nach bestimmten Gesichtspunkten, beispielsweise im Hinblick auf minimale Empfindlichkeit gegen Parameterschwankungen im Regler, festgelegt werden. Die ebenfalls wichtige Empfindlichkeit des Regelkreises gegen Parameterschwankungen der Strecke ist durch Veränderung der Regler-

struktur allerdings nicht zu beeinflussen. Die Grundzüge des Verfahrens werden im folgenden skizziert.

Aus Bild 5.1 ist ersichtlich, daß die Reglerausgangsgröße $\tilde{u}$ durch Beobachter und Regler aus der Steuergröße u und den Meßgrößen y_i gebildet wird. Im Frequenzbereich ist dies durch die Gleichung

$$\tilde{U}(s) = F_{Ru}(s) U(s) + \sum_{i=1}^m F_{Ri}(s) Y_i(s) \quad (5.14)$$

mit den Übertragungsfunktionen

$$F_{Ru}(s) = \frac{Z_{Ru}(s)}{N_B(s)} = \frac{\sum_{k=0}^{r-1} q_{uk} s^k}{\sum_{k=0}^r f_k s^k} \quad (5.15)$$

und

$$F_{Ri}(s) = \frac{Z_{Ri}(s)}{N_B(s)} = \frac{\sum_{k=0}^r q_{ik} s^k}{\sum_{k=0}^r f_k s^k} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (5.16)$$

zu beschreiben (Bild 5.2). Die Funktion $Z_{Ru}(s)$ hat höchstens die Ordnung $r-1$, da nach Bild 5.1 die Stellgröße u im Gegensatz zum Ausgangsvektor $\underline{y}$ keinen direkten Durchgriff auf $\tilde{u}$ besitzt. Aus den Gleichungen der Regelstrecke (5.11) und des Reglers (5.10) und (5.14) ergeben sich die Führungsübertragungsfunktion

$$\frac{Y_1(s)}{W(s)} = \frac{1 Z_{S1}(s) N_B(s)}{N_S(s) [Z_{Ru}(s) + N_B(s)] + \sum_{i=1}^m Z_{Si}(s) Z_{Ri}(s)} \quad (5.17)$$

und die Störübertragungsfunktion

$$\frac{Y_1(s)}{R(s)} = \frac{Z_{S1}(s) [Z_{Ru}(s) + N_B(s)]}{N_S(s) [Z_{Ru}(s) + N_B(s)] + \sum_{i=1}^m Z_{Si}(s) Z_{Ri}(s)} \quad (5.18)$$

Die Übertragungsfunktionen (5.17) und (5.18) stimmen mit den aus der Zustandsdarstellung gewonnenen Übertragungs-

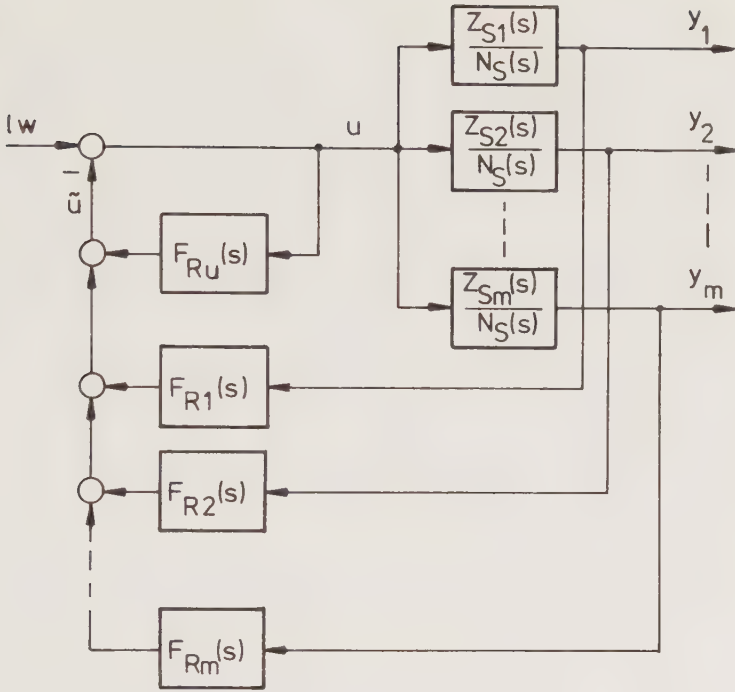


Bild 5.2 Beschreibung des Zustandsregelkreises im Frequenzbereich

funktionen (5.12) und (5.13) überein, wenn mit $N(s)$ nach Gl. (5.4) gilt:

$$N_B(s) = \det(s\mathbf{E} - \mathbf{F}), \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} N_S(s) [N_B(s) + Z_{Ru}(s)] + \sum_{i=1}^m Z_{Si}(s) Z_{Ri}(s) = \\ = N(s) N_B(s). \end{aligned} \quad (5.20)$$

Zur Berechnung des Reglers werden mit

$$N(s) = s^n + e_{n-1} s^{n-1} + \dots + e_1 s + e_0 \quad (5.21)$$

und

$$N_B(s) = s^r + f_{r-1} s^{r-1} + \dots + f_1 s + f_0 \quad (5.22)$$

die charakteristischen Polynome der regelten Strecke

und des Beobachters vorgegeben. Sie bestimmen die Dynamik der Regelung. Mit den Übertragungsfunktionen $F_{Si}(s)$ der Regelstrecke nach Gl. (5.11) sind auch deren charakteristisches Polynom $N_S(s)$ und die Zählerpolynome $Z_{Si}(s)$ bekannt. Die Koeffizienten der unbekannten Polynome $Z_{Ri}(s)$ und $Z_{Ru}(s)$ errechnen sich nach einem Koeffizientenvergleich in Gl. (5.20) aus einem linearen Gleichungssystem. Bei Strecken mit einem Ausgang ist das Gleichungssystem eindeutig bestimmt; bei mehreren Ausgängen übersteigt die Anzahl der Parameter u. U. die Anzahl der Gleichungen. Durch geschickte Ausnutzung der Freiheitsgrade lassen sich Vereinfachungen oder Verbesserungen der Regelung erzielen (siehe Abschnitt 5.4).

Man erhält einen Regler mit integralem Anteil, wenn die Reglerordnung r von $n - m$ auf

$$r = n - m + 1 \quad (5.23)$$

erhöht und beim Ansatz der Reglerpolynome die Bedingungen

$$q_{u0} = -f_0 \quad (5.24)$$

und

$$q_{i0} = 0 \quad (i = 2, 3, \dots, m) \quad (5.25)$$

berücksichtigt werden. Die bleibende Regelabweichung wird zu Null für

$$1 = q_{10}/f_0 \quad (5.26)$$

Die Frage einer gegenüber Parameteränderungen im Regler unempfindlichen Reglerstruktur wurde in / 7 / eingehend untersucht. Danach erweist sich die im folgenden verwendete Realisierung des Reglers in Beobachternormalform als günstig. Bild 5.3 zeigt den Signalflußgraphen eines Zustandsreglers mit Beobachter und I-Anteil für eine Regelstrecke der Ordnung $n = 4$ mit $m = 2$ Ausgängen.

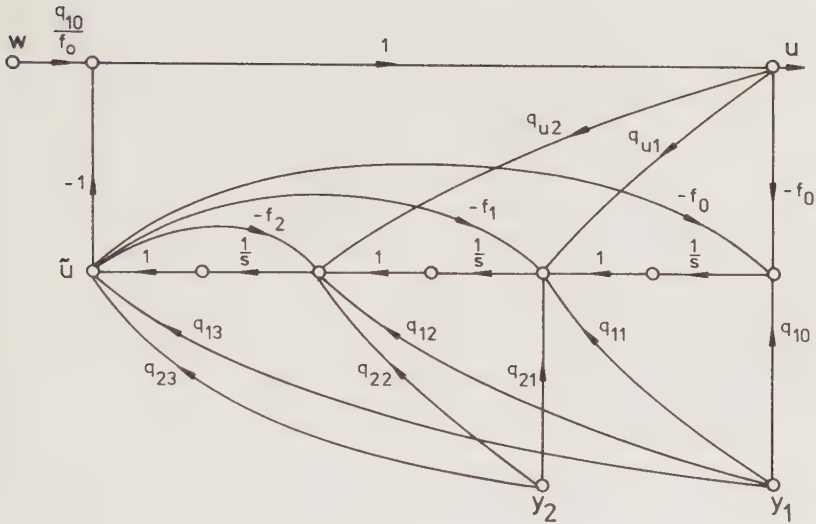


Bild 5.3 Signalflußgraph eines Zustandsreglers mit Beobachter und integralem Anteil

5.3 Lageregelung für den Schwenkantrieb

Das im Abschnitt 4 entwickelte Modell für den Schwenkantrieb des Roboters ist von 10-ter Ordnung. Da mit den Ausgangsgrößen von Lagepotentiometer und Tachomaschine nur zwei Meßgrößen zur Verfügung stehen, würde die Nachbildung der Zustandsgrößen einen Regler sehr hoher Ordnung erfordern. Die Bilder 4.24 und 4.27 zeigen, daß im Schwenkantrieb bis zu Frequenzen von ca. 50 Hz nur eine Resonanzfrequenz f_{R1} auftritt. Zwischen ihr und der nächsten Resonanzfrequenz f_{R2} besteht zudem ein erheblicher Abstand. Für die Regelung wird das Modell deshalb soweit vereinfacht, daß nur die niedrigste Resonanzfrequenz f_{R1} wiedergegeben wird. Dazu ist ein Zweimassenschwinger erforderlich (Bild 5.4).

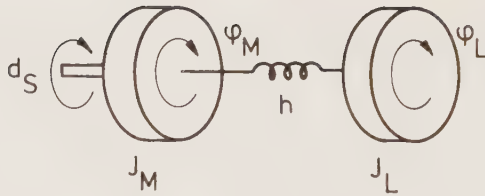


Bild 5.4 Vereinfachtes Modell des Schwenkantriebes

Für den Arbeitspunkt ($r = 1,25 \text{ m}$, $z = 1,1 \text{ m}$, $m_L = 0$) ergeben sich die Parameter aus dem Modell nach Bild 4.12.

Es muß gelten:

$$h = h_1 + h_2,$$

$$\frac{1}{\sqrt{h J_L}} = 2 \pi f_{R1},$$

$$J_M + J_L = J_0 + J_1 + J_2.$$

Zum Antrieb dient ein Gleichstrom-Scheibenläufermotor /19/. Seine elektrische Zeitkonstante ist kleiner als $100 \mu\text{s}$ und wird deshalb vernachlässigt. Die Drehmomentkonstante k_d wird, ebenso wie das Trägheitsmoment, auf die Schwenkachse bezogen. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich das in Bild 5.5 gezeigte Strukturbild.

Für die Reglerberechnung werden die Übertragungsfunktionen

$$\frac{\Phi_M(s)}{U(s)} = \frac{V_L \frac{k_d}{R} (s^2 + \frac{c}{J_L})}{N_S(s)}, \quad (5.27)$$

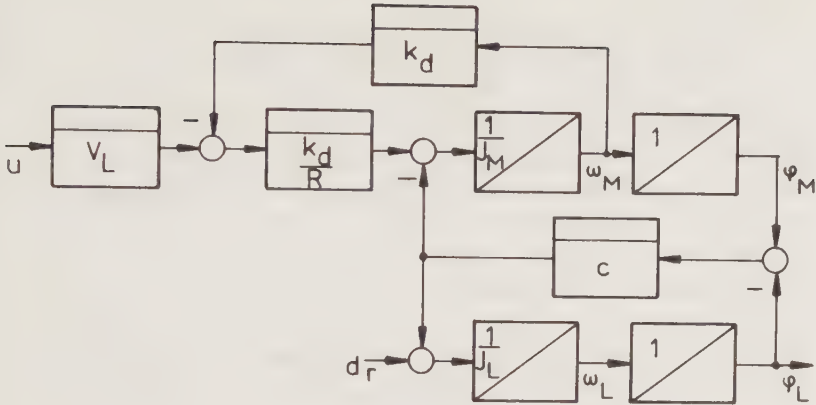
$$\frac{\Omega_M(s)}{U(s)} = s \frac{\Phi_M(s)}{U(s)}, \quad (5.28)$$

$$\frac{\Phi_L(s)}{U(s)} = \frac{V_L \frac{k_d}{R} \frac{c}{J_L}}{N_S(s)} \quad (5.29)$$

mit

$$\begin{aligned} N_S(s) &= s^4 + s^3 \frac{k_d^2}{R} + s^2 \frac{c (J_M + J_L)}{J_M J_L} + s \frac{k_d^2 c}{R J_L} \\ &= s^4 + s^3 a_3 + s^2 a_2 + s a_1 \end{aligned} \quad (5.30)$$

benötigt.



Verstärkung des Leistungsverstärkers $V_L = 7,8$

Gesamtwiderstand von Motor und Leistungsverstärker

$$R = 1,81 \Omega$$

Drehmomentkonstante (auf Schwenkachse bezogen)

$$k_d = 26,7 \text{ Nm/A}$$

Torsionsfederkonstante

$$c = 6,5 \cdot 10^4 \text{ Nm/rad}$$

Ersatzträgheitsmomente

$$J_M = 20,8 \text{ kgm}^2$$

$$J_L = 16,4 \text{ kgm}^2$$

Bild 5.5 Strukturbild des Schwenkantriebes (vereinfachtes Modell)

5.3.1 Messung der Position am Drehturm

Die Antriebskette ist die entscheidende Elastizität im Schwenkantrieb. Das Ausgangssignal des Schwenk-Lagepotentiometers (3) entspricht deshalb mit guter Näherung dem Winkel ϕ_L im Strukturbild 5.5 und damit der Regelgröße y_1 . Die Tachospannung gibt die Motorwinkelgeschwindigkeit ω_M wieder und wird mit y_2 bezeichnet. Die Übertragungsfunktionen der Regelstrecke

$$F_{S1}(s) = \frac{Z_{S1}(s)}{N_S(s)} = \frac{\phi_L(s)}{U(s)} = \frac{p_{10}}{N_S(s)}$$

und

$$F_{S2}(s) = \frac{Z_{S2}(s)}{N_S(s)} = \frac{\Omega_M(s)}{U(s)} = \frac{s^3 p_{23} + s p_{21}}{N_S(s)}$$

sind durch die Gln.(5.28) und (5.29) gegeben. Die Regelstrecke ist von der Ordnung $n=4$ und besitzt $m=2$ Meßgrößen. Ein Zustandsregler mit Beobachter und integralem Anteil muß daher mit der Ordnung

$$r = n - m + 1 = 3$$

angesetzt werden. Die Polynome $Z_{Ru}(s)$, $Z_{Ri}(s)$, $N(s)$ und $N_B(s)$ werden entsprechend den Gln.(5.15), (5.16), (5.21) und (5.22) angesetzt. Die Berücksichtigung der Gln.(5.24) und (5.25) ergibt einen integralen Anteil im Regler. Werden die charakteristischen Polynome $N(s)$ und $N_B(s)$ von geregelter Strecke und Beobachter vorgegeben, so liefert ein Koeffizientenvergleich in Gl.(5.20) das Gleichungssystem

$$\underline{P} \underline{g} = \underline{h} \quad (5.31)$$

zur Berechnung der noch unbekannten Reglerparameter. Die Matrix $\underline{P}$ erhält eine für die Lösung günstige Gestalt, wenn die Gleichungen in der Reihenfolge der Potenzen (s^3 , s^2 , s^4 , s^5 , s^6 , s^1 , s^0) angeschrieben und die unbekannten Koeffizienten in der Reihenfolge

$$\underline{g}^T = (q_{13}, q_{12}, q_{21}, q_{22}, q_{23}, q_{11}, q_{10}, q_{u1}, q_{u2})$$

geordnet werden. Mit $p_{10} = p_{21}$ ergeben sich

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} p_{21} & 0 & 0 & p_{21} & 0 & 0 & 0 & a_2 & a_1 \\ 0 & p_{21} & p_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 \\ & & p_{23} & 0 & p_{21} & 0 & 0 & a_3 & a_2 \\ & & & p_{23} & 0 & 0 & 0 & 1 & a_3 \\ & & & & p_{23} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & p_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & p_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} e_0 & e_1 - a_1 & e_2 - a_2 & e_3 \\ 0 & e_0 & e_1 - a_1 & e_2 \\ e_1 - a_1 & e_2 - a_2 & e_3 - a_3 & 1 \\ e_2 - a_2 & e_3 - a_3 & 0 & 0 \\ e_3 - a_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_0 & e_1 \\ 0 & 0 & 0 & e_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ f_2 \\ f_1 \\ f_0 \end{bmatrix}.$$

Da die Zahl der Unbekannten die Zahl der Gleichungen übersteigt, können z.B. q_{u1} und q_{u2} vorgegeben werden.

Die Dynamik der Regelung wird durch die charakteristischen Polynome $N(s)$ und $N_B(s)$ bestimmt. Für deren Wahl sind die folgenden Gesichtspunkte zu beachten:

1. Theoretisch könnte eine beliebig schnelle Regelung dadurch erzielt werden, daß die Nullstellen dieser Polynome einen betragsmäßig sehr großen negativen Realteil erhalten. Zum einen ergeben sich dabei Beschränkungen durch die realisierbaren Reglerverstärkungen; zum andern müssen die Eigenwerte des geregelten Systems und des Beobachters in einem Bereich liegen, in dem das reale System durch das Modell noch genügend genau beschrieben wird.
2. Das Führungsverhalten wird nur durch $N(s)$ bestimmt, während für das Störverhalten auch $N_B(s)$ von Bedeutung ist. Soll die Ausregelung einer Störung nicht wesentlich länger dauern als die eines Sollwertsprungs, so müssen die Beobachterpole einen größeren negativen Realteil erhalten als die Pole des geregelten Systems.
3. Bei größeren Verfahrenswegen wird die benötigte Zeit im wesentlichen von den Maximalwerten für Beschleunigung und Geschwindigkeit bestimmt. Je höher die Dynamik des Regelkreises ist, bei desto kleineren Regelabweichungen werden diese Grenzwerte erreicht. Bei ge-

gegebenen Grenzwerten ist eine Erhöhung der Dynamik des Regelkreises über ein bestimmtes Maß hinaus nicht sinnvoll. Sie kann in Verbindung mit den Begrenzungen nach /32/ sogar zur Instabilität des Regelkreises führen.

4. Im speziellen Fall des Industrieroboters ist, ähnlich wie bei Werkzeugmaschinen, ein überschwingungsfreies Anfahren der Sollposition anzustreben. Dazu sind die dominierenden Pole des geregelten Systems reell zu wählen.

Unter Beachtung dieser Gesichtspunkte werden $N(s)$ und $N_B(s)$ wie folgt vorgegeben:

$$\begin{aligned} N(s) &= s^4 + e_3 s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0 \\ &= (s + 30 \text{ sec}^{-1})^2 (s + 40 \text{ sec}^{-1}(1 + j)) \\ &\quad (s + 40 \text{ sec}^{-1}(1 - j)), \\ N_B(s) &= s^3 + f_2 s^2 + f_1 s + f_0 \\ &= (s + 40 \text{ sec}^{-1})^2 (s + 60 \text{ sec}^{-1}). \end{aligned}$$

Mit diesen Polynomen und

$$q_{u1} = q_{u2} = 0$$

ergeben sich die Koeffizienten von $Z_{R1}(s)$ und $Z_{R2}(s)$ aus dem Gleichungssystem (5.31). Bei einer Realisierung des Reglers in der Beobachternormalform entspricht seine Struktur genau der des in Bild 5.3 gezeigten Reglers.

Eine Simulation des Regelkreises, bestehend aus dem berechneten Regler und dem durch die Übertragungsfunktionen (5.28) und (5.29) gegebenen Modell, liefert die in Bild 5.6 gezeigten Führungs- und Störübergangsfunktionen. Als Störung wurde dabei ein am Trägheitsmoment J_L angreifendes Drehmoment von $d_r = 137,5 \text{ Nm}$ angenommen (Bild 5.5). Am Roboter entspricht dies einer Kraft $F = 110 \text{ N}$, die bei vollkommen ausgefahrenem Horizontalarm am Greiferkopf angreift.

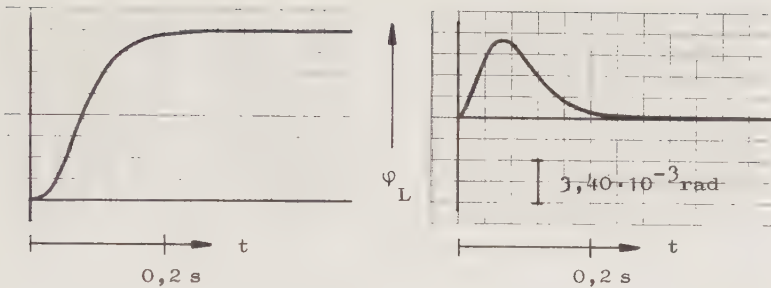


Bild 5.6 Berechnete Führungs- und Störübergangsfunktionen bei Positionsmessung am Drehturm

Die Bilder 5.7 und 5.8 zeigen die am Roboter gemessenen Übergangsfunktionen bei einem Sollwertsprung und bei einer sprungförmigen Änderung einer am Greiferkopf angreifenden Kraft von 110 N auf den Wert Null. Für beide Vorgänge sind die Positionen von Greiferkopf und Motor φ_L und φ_M , die Motorgeschwindigkeit ω_M und der Motorstrom i_M aufgetragen. Beide Übergangsfunktionen zeigen eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen in Bild 5.6. Weder die im Modell berücksichtigte erste Eigenschwingung noch die nicht berücksichtigten Eigenfrequenzen sind in den Übergangsfunktionen zu erkennen. Der Verlauf der Winkelgeschwindigkeit ω_M in Bild 5.7 zeigt, wie durch eine kurzzeitige Verminderung der Motorbeschleunigung nach dem Anfahrvorgang das Entstehen einer Schwingung verhindert wird. Daß der Winkel φ_L in Bild 5.8 am Anfang trotz des Integralanteils im Regler nicht den Wert Null hat, liegt daran, daß für die Regelung der am Drehturm gemessene Winkel $\tilde{\varphi}_L$ verwendet wird. Bei Belastung entsteht durch die zwischen den beiden Meßstellen liegenden Elastizitäten eine Abweichung.

Die im Modell nicht berücksichtigten nichtlinearen Effekte Reibung und Lose machen sich umso stärker bemerkbar, je kleiner die Amplitude der Regelvorgänge ist. Für die Aufnahme der Führungs- und Störübergangsfunktionen ist die

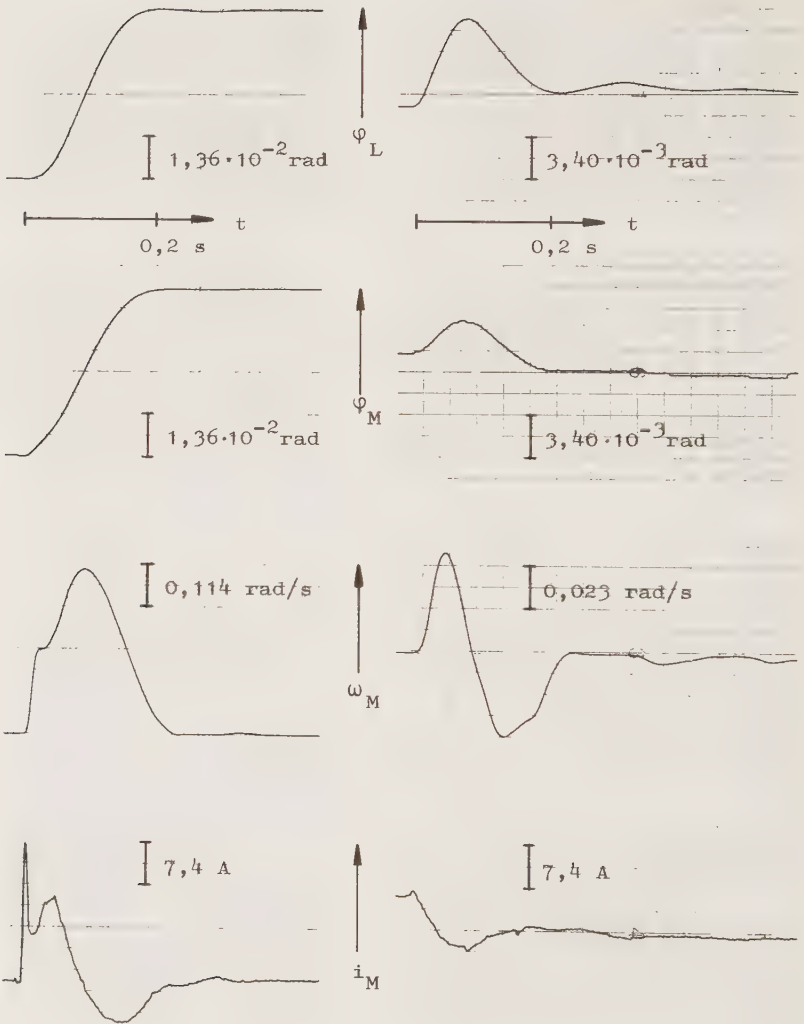


Bild 5.7 Führungsverhalten Bild 5.8 Störverhalten

Anregung jeweils so groß gewählt, daß die Strombegrenzung des Leistungsverstärkers gerade noch nicht einsetzt. Deshalb haben Reibung und Lose keinen nennenswerten Einfluß. Sehr deutlich sind ihre Auswirkungen jedoch beim Verfahren mit sehr kleinen Geschwindigkeiten (Bild 5.9) und beim Fehlen jeder äußeren Anregung (Bild 5.10) zu erkennen. Bei kleinen Geschwindigkeiten ($\omega_M \approx 0,001 \omega_{Max}$) bewegt sich der Motor nicht mehr stetig, sondern nur noch ruckweise (Stick-Slip-Effekt). Dieser Effekt kommt durch das Absinken des Reibungskoeffizienten beim Übergang von Haft- zu Gleitreibung in Verbindung mit einer elastischen Ankupplung des Motors oder eines integralen Anteils im Regler zustande /17/.

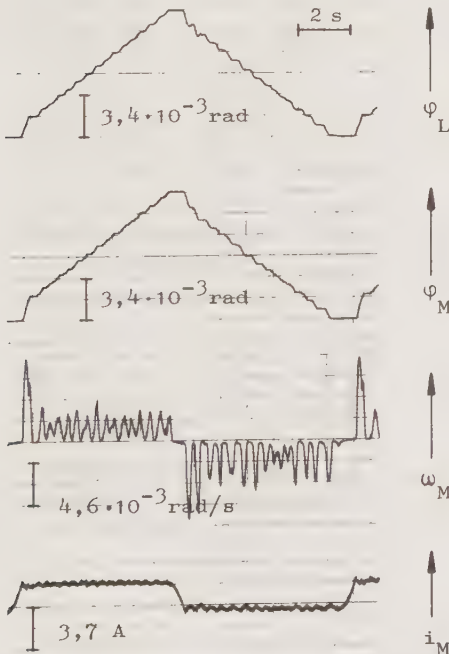


Bild 5.9
Verhalten der Regelung bei
kleinen Geschwindigkeiten

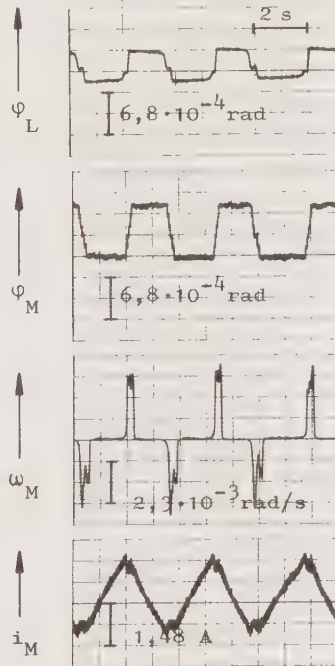


Bild 5.10
Regelbewegungen ohne
äußere Anregung

Hier wird er durch die Getriebelose, die sich zwischen dem Motor und der Meßstelle für den Drehwinkel φ_L befindet, erheblich verstärkt. Die Reibung ist im Verlauf des Motorstromes i_M bei Änderung der Drehrichtung zu erkennen. Reibung und Lose sind auch dafür verantwortlich, daß sich keine stabile Ruhelage einstellt (Bild 5.10). Solange bei stillstehendem Motor das Motormoment kleiner ist als zur Überwindung der Haftreibung erforderlich, ist der Regelkreis aufgetrennt. Die geringste Regelabweichung wird solange aufintegriert, bis sich der Motor in Bewegung setzt. Nach Überwindung der Lose wird der Drehturm beschleunigt; er kann, bedingt durch die Lose, jedoch nicht in der exakten Position abgebremst werden, sondern kommt später zur Ruhe. Danach beginnt der Vorgang in umgekehrter Richtung von neuem.

5.3.2 Messung der Position am Motor

Bei vielen industriellen Servoantrieben wird die Position der Motorwelle gemessen und daraus auf die Position der zu regelnden Anordnung geschlossen (indirekte Wegmessung). Nachteilig ist dabei, daß durch Lose und Elastizität in den Übertragungselementen sowie durch Reibung auf der Lastseite Abweichungen zwischen der wahren und der gemessenen Position entstehen können. Wie sich im folgenden zeigen wird, bietet die Messung an der Motorwelle jedoch erhebliche Vorteile. Für die Reglerberechnung sind die Übertragungsfunktion aus Gl. (5.27) als $F_{S1}(s)$ und die Übertragungsfunktion aus Gl. (5.28) als $F_{S2}(s)$ in Gl. (5.20) einzusetzen.

Gegenüber der Reglerberechnung in Abschnitt 5.3.1 treten einige Besonderheiten auf. So besteht zwischen den beiden Meßgrößen $y_1 = \varphi_M$ und $y_2 = \omega_M$ der einfache Zusammenhang

$$Y_1(s) = \frac{1}{s} Y_2(s).$$

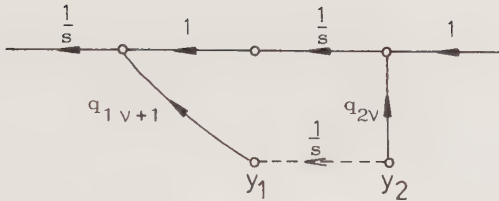


Bild 5.11 Zustandsregler (Ausschnitt aus Bild 5.3)

Bild 5.11 zeigt einen Ausschnitt aus Bild 5.3, in den diese Beziehung eingetragen ist. Daraus ist ersichtlich, daß anstelle von

$$y_1 \cdot q_{1v+1} \quad \text{und} \quad y_2 \cdot q_{2v}$$

auch

$$y_1 \cdot \alpha \cdot (q_{1v+1} + q_{2v}) \quad \text{und} \quad y_2 \cdot (1 - \alpha) \cdot (q_{1v+1} + q_{2v})$$

in den Regler eingeführt werden können, ohne daß sich am Verhalten der Regelung etwas ändert. Im Gleichungssystem zur Berechnung der Reglerkoeffizienten drückt sich dies darin aus, daß nur die Summen $(q_{21} + q_{12})$ und $(q_{22} + q_{13})$ zu bestimmen sind. Die beiden Freiheitsgrade benötigt man zur Aufteilung der beiden Summen auf ihre Summanden. Die Koeffizienten q_{u1} und q_{u2} von $Z_{Ru}(s)$ können damit nicht mehr frei gewählt werden, sondern ergeben sich aus dem Gleichungssystem zur Berechnung der Reglerkoeffizienten. Werden die Polynome $N(s)$ und $N_B(s)$ so wie in Abschnitt 5.3.1 durch die Gln. (5.32) und (5.33) vorgegeben, so nehmen die resultierenden Rückführungen des Reglers $-(f_1 + q_{u1})$ und $-(f_2 + q_{u2})$ positive Werte an. Theoretisch hätte dies auf die Stabilität des gesamten Regelkreises keine Auswirkungen, da die Instabilität des Reglers durch die Rückführungen aus der Regelstrecke wieder ausgeglichen wird. Es zeigte sich jedoch schon in Abschnitt 5.3.1, daß bei stillstehendem Motor durch die Wirkung der Haftreibung der Regelkreis aufgetrennt ist. In Verbindung mit den positiven Rückführungen im Regler führt dies zu den in Bild 5.12 dargestellten Regelbewegungen, die gegenüber denjenigen von Bild 5.10 eine wesentlich höhere Amplitude und Frequenz

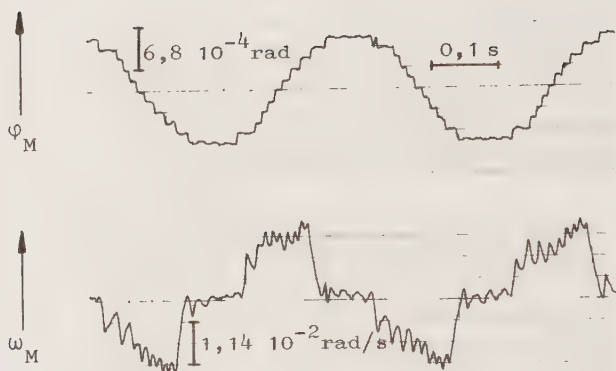


Bild 5.12 Regelbewegungen bei instabilem Regler
in Verbindung mit Reibung

aufweisen. In dieser Form ist der Regler nicht einsetzbar. Eine Variation der Beobachterpole zeigt, daß bei der Wahl eines Beobachterpolynoms

$$N_B(s) = (s + 80 \text{ sec}^{-1})(s + 70 \text{ sec}^{-1})(s + 60 \text{ sec}^{-1})$$

die resultierenden Rückführungen $-(f_1 + q_{u1})$ und $-(f_2 + q_{u2})$ negative Werte annehmen und der Regler somit stabil wird.

Die Aufteilung der Summen $(q_{12} + q_{21})$ und $(q_{13} + q_{22})$ kann theoretisch beliebig vorgenommen werden. Der geringste Aufwand ergibt sich, wenn jeweils einer der beiden Summanden zu Null gewählt wird. Die Struktur des Reglers wird wieder wie in Bild 5.3 gewählt. Der rechnerisch ermittelte Verlauf der Führungsübergangsfunktion ändert sich gegenüber Bild 5.6 nicht, da das charakteristische Polynom $N(s)$ der geregelten Strecke beibehalten wurde. Dagegen wird sich das Störverhalten ändern, da zum einen durch $N_B(s)$ eine andere Beobachterdynamik vorgegeben wurde und zum andern der Motorwinkel φ_M anstelle des Lastwinkels φ_L in die Regelung eingeht. Bild 5.13 zeigt den rechnerisch ermittelten Verlauf der Störübergangsfunktion $\varphi_L(t)$.

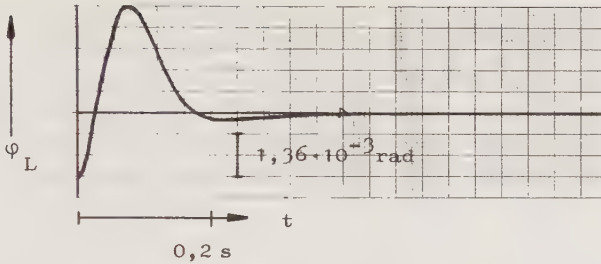
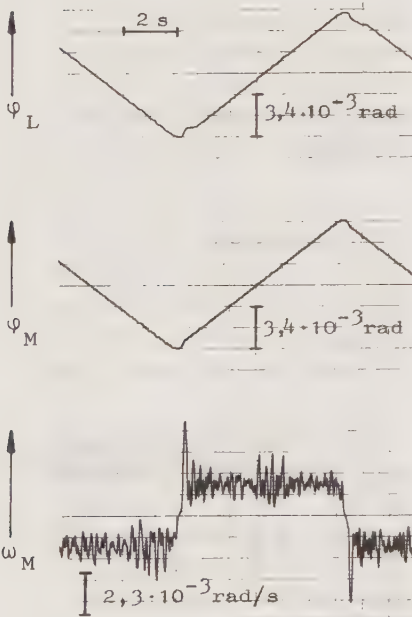


Bild 5.13 Berechnete Störübergangsfunktion bei Positionsmessung am Motor ($F = 110 \text{ N}$)

In den Bildern 5.14 und 5.15 sind die experimentell ermittelten Führungs- und Störübergangsfunktionen bei Positions-

messung am Motor dargestellt. Auch bei diesem Regelkreis zeigen sie eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen. Die Störübergangsfunktion $\varphi_L(t)$ hat zu Beginn (bei anliegender Störung) eine größere Abweichung vom Sollwert als bei der Lagemessung am Drehturm, da jetzt zwischen der Meßstelle am Motor und dem Greiferkopf die gesamte Elastizität des Schwenkantriebes liegt.



Die Vorteile der Lagemessung am Motor zeigen sich im Verhalten bei kleinen Geschwindigkeiten (Bild 5.16) und bei fehlender Anregung. Bei

Bild 5.16 Verhalten bei kleinen Geschwindigkeiten

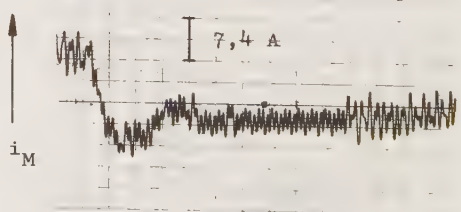
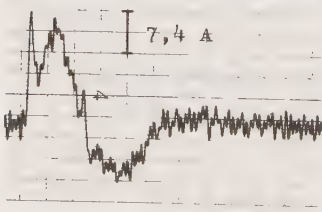
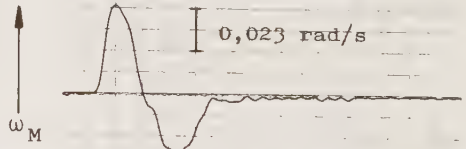
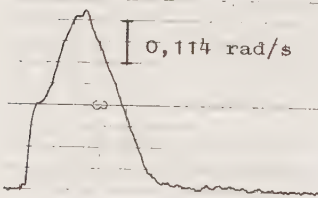
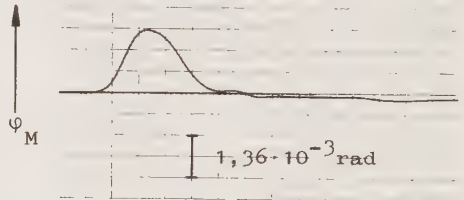
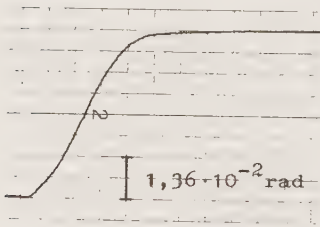
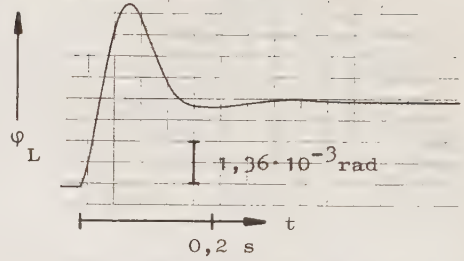
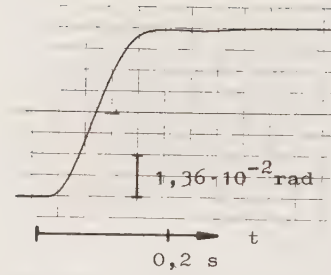


Bild 5.14 Führungsverhalten

Bild 5.15 Störverhalten

gleichem Mittelwert der Geschwindigkeit wie in Bild 5.9 ergibt sich eine zwar etwas ungleichförmige, aber kontinuierliche Bewegung von Motor und Drehturm. Bei fehlender Anregung bewegt sich der Motor um nicht mehr als 1 Teilung des 250-teiligen Impulsgebers. Diese Bewegung, die einem auf die Drehachse bezogenen Winkel von $1,66 \cdot 10^{-4}$ rad entspricht, ist bei digitalen Weggebern in Verbindung mit einem Integralanteil grundsätzlich nicht zu vermeiden.

Den Vorteilen, die die Lagemessung auf der Lastseite durch die Freiheitsgrade bei der Reglerberechnung und die geringeren Regelabweichungen bei stationären Lastmomenten bietet, stehen die nachteiligen Einflüsse von Reibung und Lose bei kleinen und fehlenden Anregungen gegenüber. Bei den im Schwenkantrieb des Roboters vorliegenden Verhältnissen stellt sich die Lagemessung am Motor als die günstigere Lösung heraus. Sie wird deshalb für den Vergleich mit dem konventionellen Lageregelkreis herangezogen. Zudem ist sie meßtechnisch einfacher, da viele Servomotoren bereits mit Weggebern ausgerüstet oder zumindest für deren Anbau vorbereitet sind. Der oft schwierige Anbau von Weggebern innerhalb des mechanischen Aufbaus entfällt.

5.3.3 Vergleich mit der konventionellen Lageregelung

Eine Vielzahl von Lageregelkreisen wird nach dem in Bild 5.17 dargestellten Grundkonzept aufgebaut / 3 /.

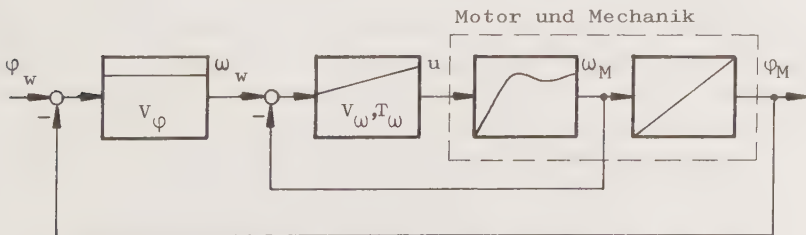


Bild 5.17 Konventioneller Lageregelkreis

Dem Lageregelkreis ist ein Drehzahlregelkreis unterlagert. Die Strombegrenzung erfolgt entweder in einer weiteren unterlagerten Schleife oder ablösend. Bei einem I-Anteil im Lageregler müßte vor Erreichen der Ruhelage die aufintegrierte Regelabweichung durch ein Überspringen wieder abgebaut werden. Deshalb wird der Lageregler als P-Regler ausgeführt. Eine bleibende Regelabweichung verhindert ein I-Anteil im Drehzahlregler.

Häufig wird der proportional arbeitende Lageregler durch ein nichtlineares Glied mit einer Wurzelkennlinie ersetzt, um einen schnellkeitsoptimalen Positioniervorgang zu erhalten / 2 /. Diese aus einzelnen Segmenten aufgebaute Kennlinie muß jedoch aus Stabilitätsgründen mit endlicher Verstärkung in den Nullpunkt einlaufen. Zumindest für kleine Regelabweichungen ergibt sich damit die gleiche Struktur wie in Bild 5.17, die für den Vergleich mit dem Zustandsregler verwendet wird. Bei den linearen Regelkreisen kann ein annähernd schnellkeitsoptimales Verhalten durch eine entsprechende Sollwertvorgabe erreicht werden.

Zur Einstellung des Regelkreises von Bild 5.17 stehen mit der Verstärkung V_ω und der Nachstellzeit T_ω des Drehzahlreglers sowie der Verstärkung V_φ des Lagereglers drei Parameter zur Verfügung. Wird die Elastizität der mechanischen Übertragungsglieder vernachlässigt, so ergibt sich aus Bild 5.5 die Übertragungsfunktion der Regelstrecke für den Drehzahlregelkreis zu

$$\frac{\Omega_M(s)}{U(s)} = \frac{V_L}{k_d} \cdot \frac{1}{\frac{R (J_L + J_M)}{k_d^2} s + 1}.$$

Mit

$$T_\omega = \frac{R (J_L + J_M)}{k_d^2}$$

erhält man die Übertragungsfunktion des Drehzahlregelkreises

$$\frac{\Omega_M(s)}{\Omega_w(s)} = \frac{1}{\frac{R (J_L + J_M)}{V_w V_L k_d} s + 1} \quad .$$

Für den Lageregelkreis würde sich eine Übertragungsfunktion 2. Ordnung ergeben. Theoretisch könnte seine Dynamik durch entsprechende Wahl von V_w und V_φ beliebig erhöht werden, ohne eine geringe Dämpfung oder gar Instabilität befürchten zu müssen. Praktisch führt die vernachlässigte Elastizität des mechanischen Systems sehr bald zur Instabilität, so daß das obige Verfahren für die Auslegung des Regelkreises nicht brauchbar ist. Die Einstellung des Reglers wird experimentell ermittelt, und zwar so, daß bei möglichst schnellem Anstieg der Führungsübergangsfunktion gerade noch kein Überschwingen auftritt. Dies ist bei den Reglereinstellungen

$$V_w = 800 \frac{Vs}{rad}, \quad T_w = 0,1 s, \quad V_\varphi = 8,76 s^{-1}$$

der Fall.

In Bild 5.18 sind die Führungsübergangsfunktionen, die sich mit dem Zustandsregler (ZR) und dem konventionellen Lageregler (KR) ergeben, einander gegenübergestellt. Trotz größerer Anfangsbeschleunigung benötigt der Regler KR eine etwa doppelt so lange Zeit, bis ein Toleranzband von 10 % der Sprunghöhe nicht mehr verlassen wird. Außerdem zeigen sich bei einem relativ glatten Verlauf des Motorwinkels φ_M starke Schwingungen im Lastwinkel φ_L und im Motorstrom. Während der Regler ZR durch eine kurze Verminderung der Beschleunigung zu Beginn des Positionierungsvorgangs die durch den Anfahrvorgang entstandene Winkeldifferenz $\varphi_M - \varphi_L$ wieder abbaut, versucht der Regler KR den Motor möglichst unbeeinflusst von den Schwingungen des Drehturmes zu positionieren und die wechselnde Belastung über den Strom auszuregeln. Der Motor verhält sich durch die Regelung annähernd wie fest eingespannt. Dies ist auch daran zu erkennen, daß sich die Schwingfrequenz des Drehturmes von ca. 8 Hz nur wenig von der ersten Resonanz-

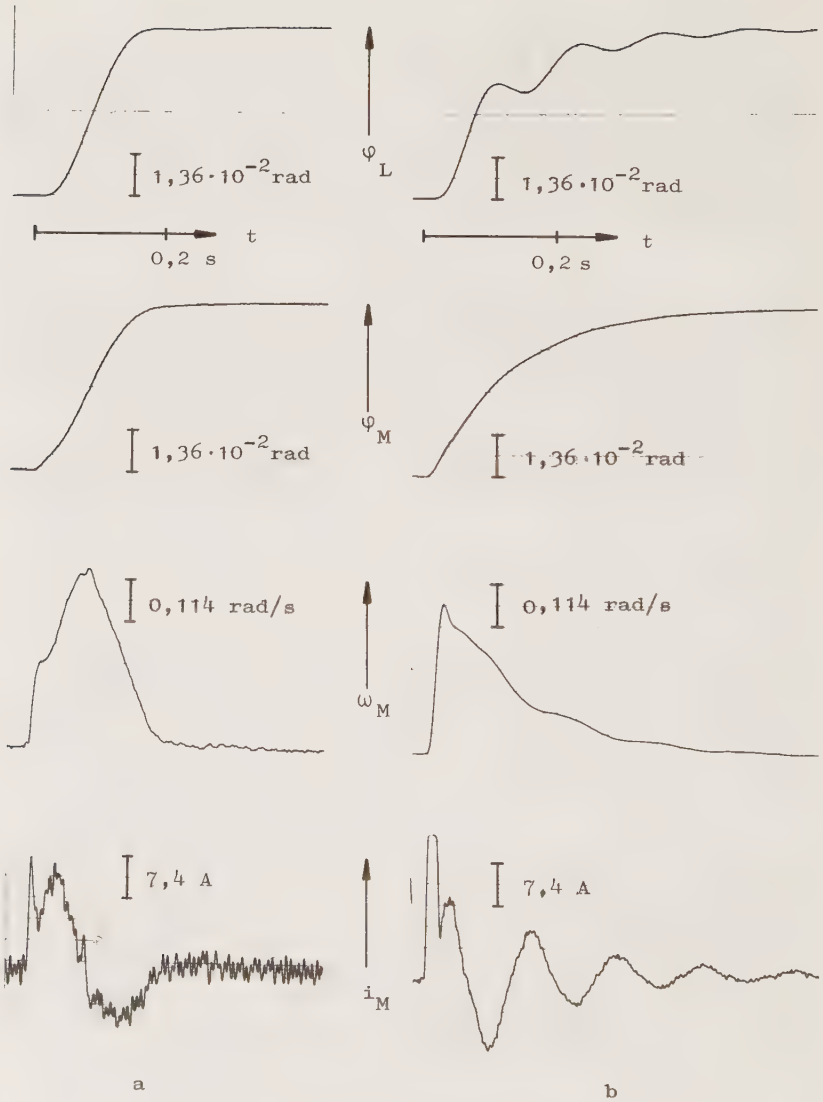


Bild 5.18 Vergleich der Führungsübergangsfunktionen
 a) mit Zustandsregler
 b) mit konventionellem Lageregelkreis

frequenz (ca. 10 Hz) in Bild 4.24 unterscheidet. Dagegen erfolgt die Positionierung mit dem Regler ZR völlig schwingungsfrei. Da der Regelkreis KR bei gleicher Sprunghöhe des Sollwerts eine wesentlich größere Anfangsamplitude des Stroms erfordert, wäre im Interesse linearer Verhältnisse die Sprunghöhe eigentlich zu vermindern. Eine Analogrechnersimulation zeigt jedoch, daß eine Strombegrenzung von so kurzer Dauer wie in Bild 5.18b keinen

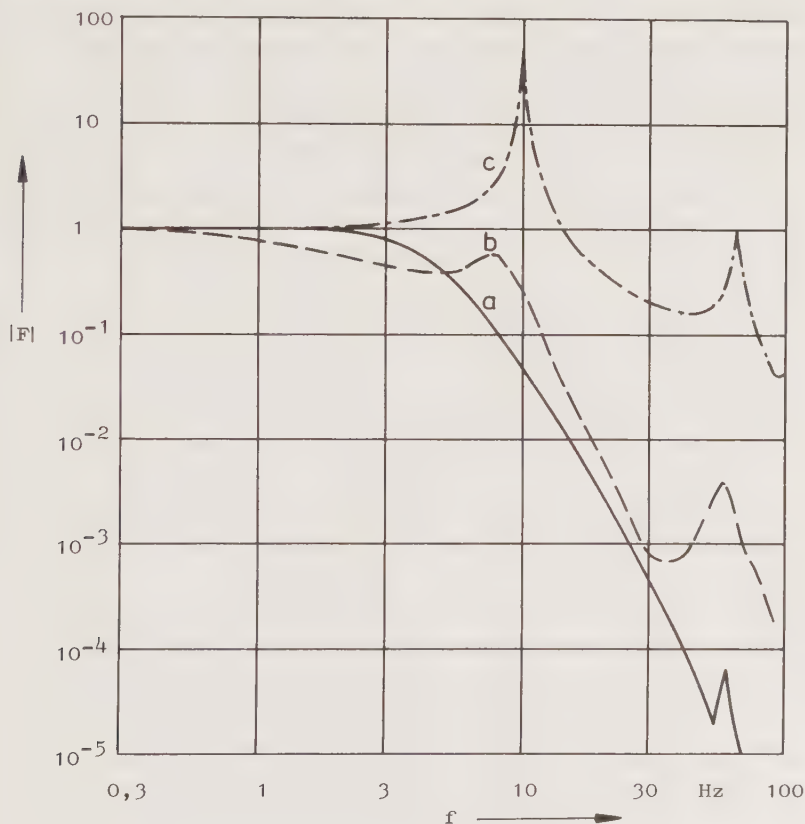


Bild 5.19 Vergleich der Führungsfrequenzgänge
a) mit Zustandsregler
b) mit konventionellem Lageregelkreis
c) Frequenzgang des mechanischen Systems

sichtbaren Einfluß auf den Verlauf des Positioniervorganges hat.

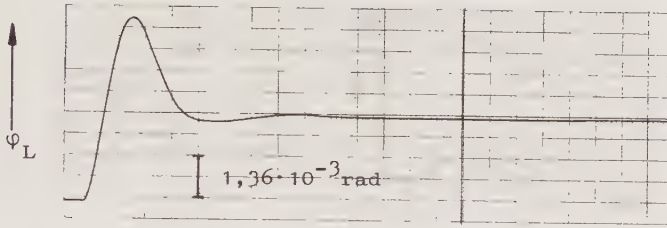
Das günstigere Verhalten des Regelkreises ZR zeigt sich auch im Verlauf der gemessenen Führungsfrequenzgänge der beiden Regelkreise (Bild 5.19). Der zu dem Regler ZR gehörige Frequenzgang behält länger den Wert 1, läßt die im Modell berücksichtigte Resonanzfrequenz bei 10 Hz überhaupt nicht erkennen und dämpft die nicht berücksichtigte Resonanzfrequenz bei ca. 60 Hz mit einem Faktor von 10^{-4} ab. Dagegen zeigt der Frequenzgang des Regelkreises KR schon unterhalb von 1 Hz Abweichungen vom Wert 1 und läßt beide Resonanzfrequenzen der Mechanik deutlich hervortreten.

In Bild 5.20 ist das Störverhalten der beiden Regelkreise einander gegenübergestellt. Wie schon bei der Führungsübergangsfunktion fällt das starre Verhalten des Motors beim Regelkreis KR auf, während der Drehturm sehr schwach gedämpft ausschwingt. Im Gegensatz dazu bewirkt die plötzliche Entlastung bei dem Regler ZR ein wesentlich stärkeres Nachgeben des Motors; auch der Drehturm schwingt geringfügig mehr über. Insgesamt ergibt sich jedoch eine erheblich geringere Ausregelzeit.

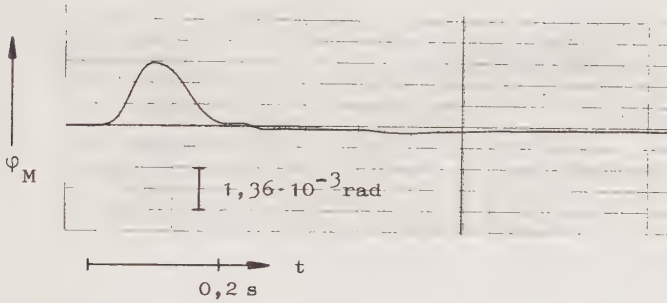
Bei kleinen Geschwindigkeiten (Bild 5.21) wirkt sich die starre Führung des Motors durch den Regler KR günstig aus. Besonders an der Motorgeschwindigkeit ω_M ist die größere Gleichförmigkeit der Bewegung zu erkennen.

In der Ruhelage ergeben sich zwischen beiden Regelkreisen keine Unterschiede. In beiden Fällen tritt nur eine Regelbewegung um 1 Inkrement des digitalen Wegaufnehmers auf.

Ein wichtiger Punkt beim Vergleich zweier Regelkonzepte für einen Industrieroboter ist der Einfluß von Parameterschwankungen der Regelstrecke, da sich die trägen und elastischen Eigenschaften des Roboters mit der Belastung und der Position stark ändern. Um diesen Einfluß zu untersuchen, ist in Bild 5.22 dem Führungsverhalten im Nenn-



a



b

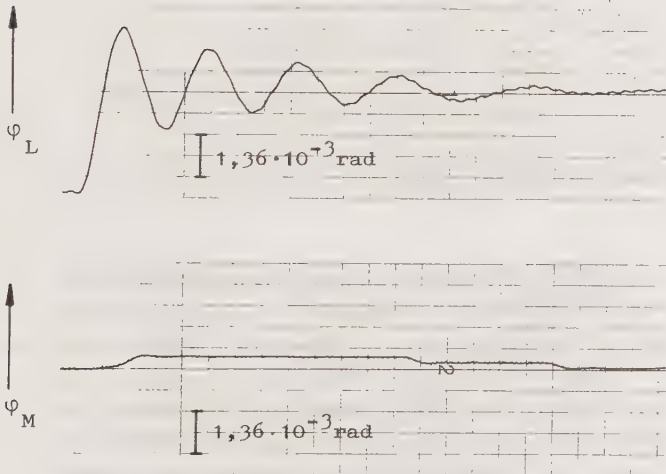


Bild 5.20 Vergleich der Störübergangsfunktionen
 a) mit Zustandsregler
 b) mit konventionellem Lageregelkreis

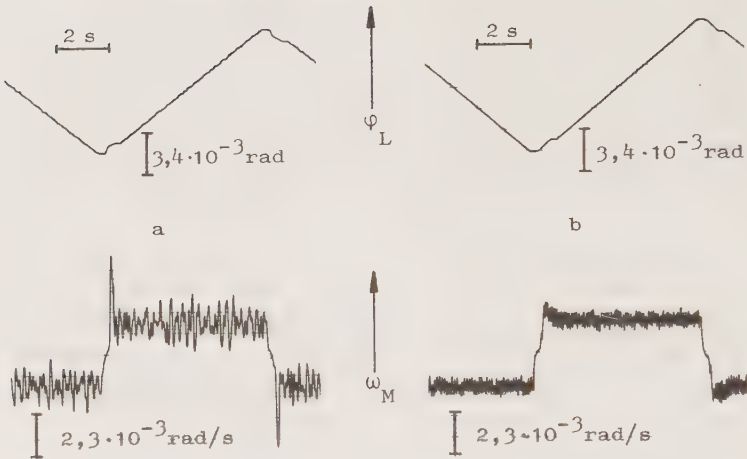


Bild 5.21 Verhalten bei kleinen Geschwindigkeiten

a) Zustandsregelkreis

b) konventioneller Regelkreis

punkt (vollkommen ausgefahrener Horizontal- und Vertikal-antrieb, unbelastet) das Verhalten zum einen bei einer Belastung von 15 kg am Greiferkopf im selben Arbeitspunkt und zum andern bei unbelastetem Arm in Mittelstellung gegenübergestellt. Bei Belastung erhöht sich das Trägheitsmoment J_L , bei unbelastetem Arm in Mittelstellung ergeben sich verringerte Werte für das Trägheitsmoment J_L und die Nachgiebigkeit h . Im ersten Fall nimmt die Resonanzfrequenz f_{R1} ihren Minimal-, im zweiten Fall ihren Maximalwert an (Bild 4.27). Der Regelkreis KR zeigt bei Belastung eine vermehrte Schwingneigung, das qualitative Verhalten ist jedoch in allen drei Arbeitspunkten gleich. Dagegen ergibt sich bei dem Regelkreis ZR durch die Belastung des Roboterarms ein Überschwingen, das nur schwach gedämpft abklingt und somit eine erhebliche Verschlechterung des Führungsverhaltens. Die Positionsänderung des Arms wirkt sich nur in einer geringfügig erhöhten Positionierzeit aus.

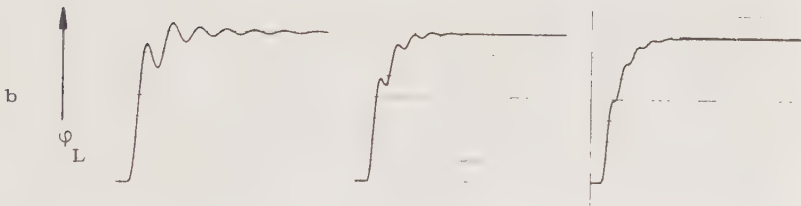
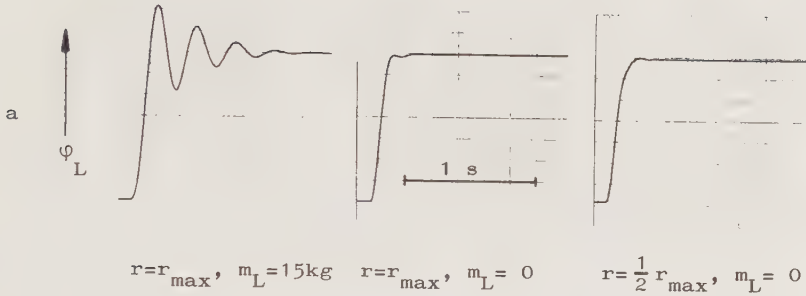


Bild 5.22 Einfluß von Last- und Positionsänderungen
auf die Führungsübergangsfunktion

a) Zustandsregelkreis
b) konventioneller Regelkreis

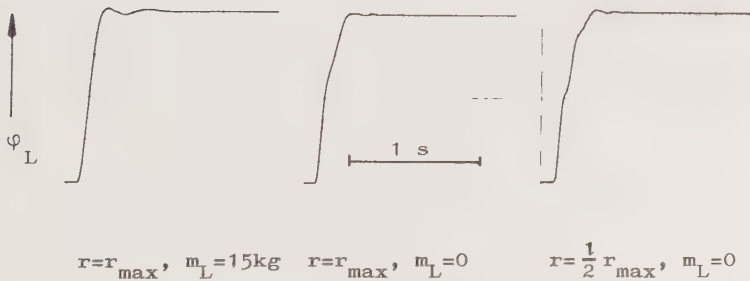


Bild 5.23 Führungsübergangsfunktionen eines für den
Arbeitspunkt ($r = r_{\max}, m_L = 15\text{ kg}$)
berechneten Zustandsregelkreises

In /32/ findet sich die Aussage, daß für die Berechnung eines Zustandsreglers bei ungenauer Kenntnis die Resonanzfrequenzen besser zu niedrig als zu hoch angenommen werden. Sie wird bestätigt durch Bild 5.23, das die Führungsübergangsfunktionen eines Zustandsregelkreises zeigt, der für den Arbeitspunkt ($r = 1,25 \text{ m}$, $m_L = 15 \text{ kg}$), also für die niedrigste Resonanzfrequenz, berechnet wurde. Er zeigt in allen Arbeitspunkten ein befriedigendes Verhalten.

Der Vergleich der beiden Regelkonzepte zeigt, daß mit dem Zustandsregler ausgeprägte Eigenresonanzen des mechanischen Systems vollkommen eliminiert werden. Bei vergleichsweise geringeren Stellamplituden ergeben sich schnellere, schwingungsfreie Regelvorgänge. Durch entsprechende Auslegung des Reglers ist bei allen betriebsmäßig vorkommenden Parameteränderungen der Regelstrecke ein befriedigendes Verhalten zu erreichen. Die starre Führung der Motorwelle durch den konventionellen Lageregler, die bei kleinen Geschwindigkeiten eine etwas gleichförmigere Bewegung zur Folge hat, wirkt sich bezüglich der Schwingungen sehr negativ aus. Die Ruhelage ist bei beiden Reglern praktisch stabil.

5.3.4 Auswirkungen der Kopplung mit dem Horizontalantrieb

Für den Schwenkantrieb ist nur die Rückwirkung des Horizontalantriebs über das Coriolismoment von praktischer Bedeutung. Die anderen im Abschnitt 4.6 angesprochenen Kopplungen bewirken nur vernachlässigbare Störmomente. Im folgenden soll abgeschätzt werden, welche Lageabweichungen im geregelten Schwenkantrieb durch das Coriolismoment verursacht werden können. Aus der Gleichung (4.78) für das Coriolismoment

$$d_c = -2 \dot{r} \dot{\varphi} \left[m \left(r - \frac{1}{2} \right) + m_L r \right]$$

erhält man durch Einsetzen der Maximalwerte

$$r_{\max} = 1,25 \text{ m}, \quad \dot{r}_{\max} = 1 \text{ m/s},$$

$$\dot{\varphi}_{\max} = 1,75 \text{ rad/s}, \quad m_{L\max} = 16,1 \text{ kg}$$

mit $m = 32,4 \text{ kg}$ einen Wert

$$d_{c\max} = -121,5 \text{ Nm}$$

für das maximale Coriolismoment. Aus der Störübergangsfunktion für den Zustandsregler mit Lagemessung am Motor (Bild 5.15) läßt sich ermitteln, daß ein sprungförmiges Störmoment vom Wert $d_{c\max}$ eine maximale Regelabweichung von

$$\Delta\varphi = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

zur Folge hat. Dieser Wert stellt eine obere Schranke für die vom Coriolismoment hervorgerufene Regelabweichung dar. In Wahrheit ist die Abweichung wesentlich geringer, da sich zum einen das Coriolismoment nicht sprungförmig ändern kann und zum andern die Maximalwerte von Radius r und Geschwindigkeit $\dot{r}$ nicht gleichzeitig auftreten. Eine Entkopplung durch Störgrößenaufschaltung wird sich deshalb bei diesem Robotertyp in den meisten Anwendungsfällen erübrigen.

5.4 Praktische Gesichtspunkte beim Entwurf von Zustandsreglern für Lageregelkreise

Die im Abschnitt 5.3 verwendete Struktur des Zustandsreglers nach Bild 5.3 hat zwei Nachteile, die zwar die dort angestellten Untersuchungen nicht beeinflussen, aber für den praktischen Einsatz des Reglers von großer Bedeutung sind:

1. Der Regler erfordert die getrennte Verarbeitung von Sollwert und Istwert der Regelgröße y_1 . Dies ist bei den hohen Auflösungen des Gesamtverfahrensweges, wie sie in vielen Lageregelkreisen gefordert werden, analog überhaupt nicht und digital nur mit einer unverhältnismäßig großen Wortlänge möglich.

2. Die Genauigkeit der Lageregelung wird durch den integralen Regleranteil bestimmt. Bei dem verwendeten Regler entsteht er auf eine etwas komplizierte Weise. Es besteht die Gefahr, daß die Offsetspannungen der verschiedenen Signale die Genauigkeit verschlechtern.

Eine praktische Anwendung des Reglers erfordert Strukturen, die, wie der konventionelle Regler, nur die Differenz zwischen Soll- und Istwert benötigen. In den integralen Regleranteil muß diese Differenz aus Genauigkeitsgründen möglichst direkt eingehen. Auf der Suche nach einer Reglerstruktur, die diese Forderungen erfüllt, sollte ein Vorteil des bisher verwendeten Reglers, der sich bei einsetzender Strom- oder Spannungsbegrenzung auswirkt, nicht verlorengehen /32/. Wird nämlich anstelle der Reglerausgangsspannung u die entsprechend gewichtete Ausgangsspannung u_M des Leistungsverstärkers zurückgeführt, so erhält der Regler auch bei einsetzender Begrenzung noch die richtige Information über die Stellgröße und es entsteht kein Beobachtungsfehler. Bei Reglern mit I-Anteil wirkt sich besonders vorteilhaft aus, daß der Integrator während der Dauer der Begrenzung eine Rückführung erhält und deshalb nicht "wegläuft".

Um eine Reglerstruktur zu erreichen, die die genannten Nachteile vermeidet und im Berenzungsfall das gleiche vorteilhafte Verhalten ermöglicht, wird die Gl. (5.14) umgeformt. Mit der formalen Einführung von

$$F_{Rw}(s) = \frac{Z_{Rw}(s)}{N_B(s)} = \frac{q_{10}}{f_0} \quad (5.32)$$

und mit

$$u_M = u \quad (5.33)$$

erhält man aus Gl.(5.10) mit den Gln.(5.14), (5.15) und (5.16):

$$U(s) = \frac{1}{N_B(s)} \left[Z_{Rw}(s) W(s) - Z_{Ru}(s) U_M(s) - \sum_{i=1}^m Z_{Ri}(s) Y_i(s) \right]. \quad (5.34)$$

Soll anstelle von y_1 und w nur noch die Regelabweichung $w - y_1$ in den Regler eingehen, so ist dies nur möglich, wenn gilt:

$$Z_{R1}(s) = Z_{Rw}(s) .$$

Mit Gl.(5.32) folgt

$$Z_{R1}(s) = \frac{q_{10}}{f_0} N_B(s) . \quad (5.35)$$

Die Erfüllung dieser Bedingung erfordert eine der Reglerordnung r entsprechende Anzahl von Freiheitsgraden. Das weitere Vorgehen wird am Beispiel des Reglerentwurfs in Abschnitt 5.3.2 erläutert. Dort ist der Regler von der Ordnung $r=3$ und ein Koeffizientenvergleich in Gl.(5.35) liefert die Bedingungen

$$q_{11} = f_1 \frac{q_{10}}{f_0} , \quad (5.36)$$

$$q_{12} = f_2 \frac{q_{10}}{f_0} , \quad (5.37)$$

$$q_{13} = \frac{q_{10}}{f_0} . \quad (5.38)$$

Es sind jedoch nur zwei Freiheitsgrade vorhanden, die die beliebige Aufteilung der Summen $(q_{12} + q_{21})$ und $(q_{13} + q_{22})$ und damit die Erfüllung der Bedingungen (5.37) und (5.38) ermöglichen. Für die passende Wahl von q_{11} steht zunächst kein Freiheitsgrad zur Verfügung. Die bei der Einführung eines integralen Anteils im Regler gestellte Forderung (5.25)

$$q_{i0} = 0 \quad (i=2, 3, \dots, r)$$

muß in dieser Schärfe jedoch nicht aufrecht erhalten werden. Wie dort schon bemerkt, kann bei Meßgrößen, die stationär den Wert Null annehmen, diese Forderung entfallen. In Lageregelkreisen ist die Winkelgeschwindigkeit ω_M des Motors eine solche Größe. Wird $\omega_M = y_2$ mit dem Koeffizienten q_{20} auf den ersten Integrator geführt, so muß wegen

$$Y_1(s) = \frac{1}{s} Y_2(s)$$

und der in Zusammenhang mit Bild 5.11 angestellten Überlegungen gelten:

$$q_{11} + q_{20} = \overline{q_{11}}, \quad (5.39)$$

wobei $\overline{q_{11}}$ derjenige Koeffizient ist, der sich aus einer Reglerberechnung unter der Bedingung $q_{20} = 0$ ergibt. Der Koeffizient q_{11} kann nun entsprechend der Bedingung (5.36) gewählt werden. Damit erhält man q_{20} aus Gl.(5.39).

Für den Regler wird in Anlehnung an Gl.(5.34) eine Struktur entsprechend Bild 5.24 vorgeschlagen. Die Verstärkung des Leistungsverstärkers ist dabei mit $V_L = 1$ angenommen. In den Regler gehen nicht mehr die Absolutwerte von Sollwert und Istwert der Regelgröße, sondern nur noch die Regelabweichung ein. Die Rückführung der Ausgangsspannung u_M bleibt erhalten. Ihr negativer Einfluß auf die Genauigkeit wird dadurch ausgeschaltet, daß die Rückführung auf den ersten Integrator nur dann wirksam wird, wenn die Differenz $u_M - u$ einen bestimmten Wert überschreitet. Dies ist

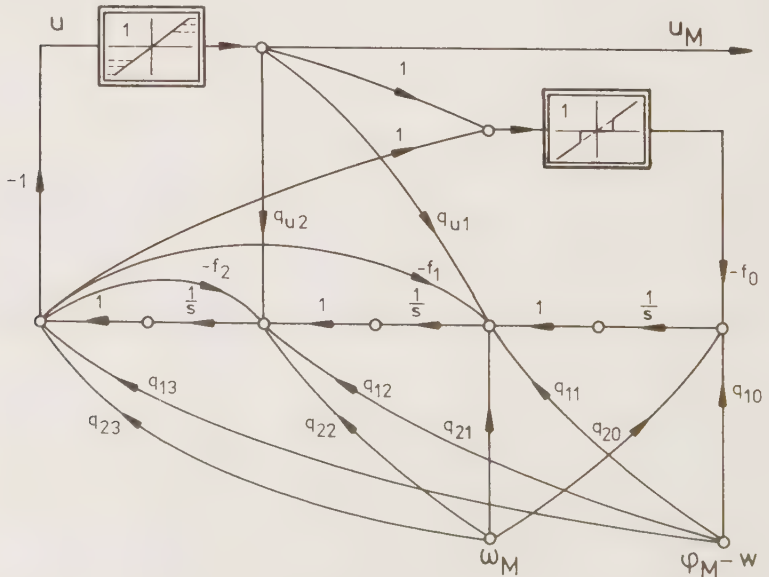


Bild 5.24 Verbesserte Reglerstruktur

nur der Fall, wenn tatsächlich eine Begrenzung eintritt. Im normalen Arbeitsbereich treten nur geringe Differenzen durch nichtideale Verstärkereigenschaften auf. Sie würden jedoch die stationäre Genauigkeit verschlechtern. Deshalb wird die Rückführung in diesem Bereich unterbrochen. Daß neben der Regelabweichung auch die Motor-geschwindigkeit auf den ersten Integrator geführt wird, wirkt sich nicht nachteilig aus, da die Tachospannung im Stillstand verschwindet.

Gerätetechnische Realisierung der Regler

Gegenüber einem konventionellen Regler erfordert ein Zustandsregler i. a. einen höheren gerätetechnischen Aufwand. So läßt sich aus dem Signalflußgraphen Bild 5.3 ablesen, daß man für die hier berechneten und erprobten Zustandsregler bei analoger Realisierung 3 Integratoren, 12 Potentiometer und ca. 6 Verstärker benötigt. Neben der analogen kann auch die digitale Realisierung, etwa auf einem Mikrorechner, in betracht gezogen werden. Aus technischer Sicht ist bei der Realisierung des Reglers in analoger Form vor allem die Frage der erforderlichen Parametergenauigkeit zu beachten. Dabei spielt die verwendete Reglerstruktur eine entscheidende Rolle /7/. Bei einer digitalen Realisierung können sich durch die gerade für komplizierte Reglerstrukturen erforderliche Rechenzeit in schnellen Regelkreisen Schwierigkeiten ergeben.

Die gezeigten Meßergebnisse wurden mit einem analogen Zustandsregler erhalten. Er enthält Rechenbausteine, wie sie in handelsüblichen Reglern Verwendung finden. Versuchsweise durchgeführte Änderungen der Potentiometereinstellungen zeigten, daß bezüglich der Genauigkeit keine besonderen Anforderungen bestehen.

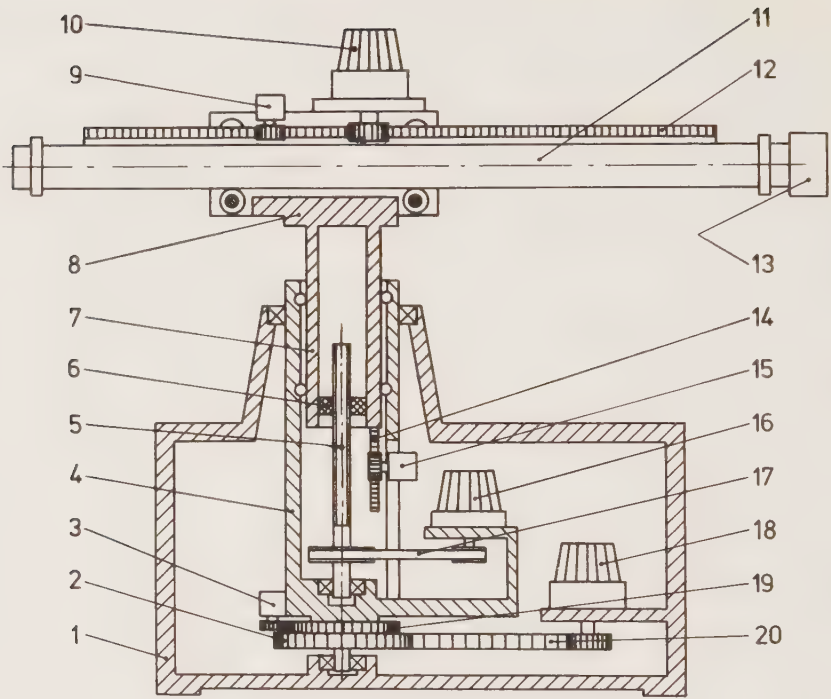
6. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Modellbildung und Lageregelung schwingungsfähiger mechanischer Systeme. Zur Gewährleistung praxisnaher Verhältnisse werden die Untersuchungen am Beispiel eines Industrieroboters durchgeführt und experimentell überprüft.

Die Berücksichtigung der elastischen Eigenschaften des mechanischen Systems beim Entwurf der Lageregelung erfordert die Nachbildung der Bewegungsvorgänge in einem mathematischen Modell. Es entsteht aus einer Beschreibung der einzelnen Konstruktionselemente. Die Parameter dieser Elemente werden vorzugsweise rechnerisch ermittelt und experimentell überprüft. Die Bestimmung der elastischen Konstanten komplizierter Teile kann jedoch mit tragbarem Aufwand nur durch Messung erfolgen. Für die drei Bewegungsachsen des Roboters werden lineare Modelle mit konzentrierten Parametern erstellt, die jeweils die ersten beiden Resonanzfrequenzen mit guter Genauigkeit wiedergeben. Die gewählte Art der Modellbildung ermöglicht eine leichte Anpassung der Modelle bei betriebsmäßigen und konstruktiven Änderungen. Die Erweiterung der Modelle zur Berücksichtigung nichtlinearer Effekte, wie Reibung, Lose und der Kopplungen zwischen den Achsen wird angegeben.

Der Entwurf einer Lageregelung für den Schwenkantrieb erfolgt nach dem Zustandskonzept. Zur Nachbildung von betriebsmäßig nicht meßbaren Zustandsgrößen ist der Einsatz eines Beobachters erforderlich. Gegenüber einer Lagemessung am Motor bietet eine Lagemessung möglichst nahe am Greiferkopf Vorteile im Störverhalten. Durch den Einfluß der beim Reglerentwurf nicht berücksichtigten Effekte Reibung und Lose ergeben sich jedoch eine instabile Ruhelage und ein sehr ungleichförmiger Verlauf bei kleinen Geschwindigkeiten. Deshalb ist eine Lagemessung möglichst nahe am Motor vorzuziehen. Im Vergleich zu einer konventionellen Lageregelung erhält man eine deutliche Verbesserung des Regelverhaltens. Bei niedrigerem Maximalwert des

Stromes verlaufen die Übergangsvorgänge schneller, trotzdem aber gut gedämpft und ohne nennenswerte Anregung der Resonanzfrequenzen. Die Eigenfrequenzen des mechanischen Systems variieren durch Positions- und Laständerungen. Da eine Erhöhung das Regelverhalten weit weniger verschlechtert als eine Erniedrigung, ist die Regelung für den Arbeitspunkt mit der niedrigsten Eigenfrequenz auszulegen. Besondere Probleme ergeben sich bei Lageregelkreisen durch Reibung, Lose, Begrenzung der Stellgrößen und die geforderte hohe Auflösung des Gesamtverfahrweges. Eine auf diese speziellen Erfordernisse zugeschnittene Reglerstruktur sowie Hinweise für eine geeignete Wahl der Reglerparameter werden angegeben.



- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| 1 Gestell | 11 Horizontalarm |
| 2 Kettenrad | 12 Zahnstange |
| 3 Schwenk-
Lagepotentiometer | 13 Greiferkopf |
| 4 Drehturm | 14 Meßzahnstange |
| 5 Hubspindel | 15 Vertikal-
Lagepotentiometer |
| 6 Kugelumlaufmutter | 16 Vertikalmotor |
| 7 Hubsäule | 17 Keilriemen |
| 8 Führungskopf | 18 Schwenktriebemotor |
| 9 Horizontal-
Lagepotentiometer | 19 Meßzahnkranz |
| 10 Horizontalgetriebe-
motor | 20 Kette |

Bild 2.2 Bezeichnung der Konstruktionselemente

Literaturverzeichnis

- / 1 / ACKERMANN, J.: Abtastregelung.
Springer - Verlag, Berlin 1972.
- / 2 / AHRENS, D., GÜNTHER, H.: Elektrische und mechanische
Einflußgrößen bei Lageregelkreisen.
Techn. Mitt. AEG - Telefunken 66 (1976) S. 249 - 255.
- / 3 / BECKER, H., LEUSCH, G.: Freiprogrammierbare Steue-
rungen für Industrieroboter.
Siemens-Zeitschrift 51 (1977) S. 463 - 467.
- / 4 / BUDO, A.: Theoretische Mechanik.
VEB Deutscher Vlg. der Wiss., 7. Aufl., Berlin 1974.
- / 5 / FREUND, E., SYRBE, M.: Control of industrial robots
by means of microprozessors.
IRIA Conf. on New Trends in System Analysis, Rocqen-
court 1976, S. 178 - 196.
- / 6 / GROSTOLLEN, H.: Geschwindigkeitsgeregelte Gleich-
stromantriebe hoher Dynamik.
Dissertation, Technische Universität Berlin 1972.
- / 7 / HIPPE, P.: Der Entwurf von Zustandsreglern unter dem
Gesichtspunkt minimaler Reglerempfindlichkeit.
Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg 1976.
- / 8 / HIPPE, P., WURMTHALER, CH.: Entwurf von Zustandsreg-
lern im Frequenzbereich.
Regelungstechnik 24 (1976) S. 47 - 52.
- / 9 / HOPFENGÄRTNER, H.: Vergleichende Untersuchung von
Regelkreisen mit PID- und Zustandsreglern.
Diplomarbeit, Inst. für Regelungstechnik der Univer-
sität Erlangen-Nürnberg 1973.
- / 10 / HOPFENGÄRTNER, H.: Stabilitätsuntersuchung von mehr-
schleifigen Regelkreisen mit zwei Nichtlinearitäten.
Regelungstechnik 25 (1977) S. 151 - 156.

- /11/ HÜTTE, Physikhütte
Band I Mechanik
Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, 29. Aufl., Berlin 1971.
- /12/ KLITTICH, M.: Entwurf und Inbetriebnahme des Nachführ- und Positioniersystems für das Radioteleskop Effelsberg.
IFAC Symposium Regelung und Steuerung in der Leistungselektronik und bei elektrischen Antrieben, Düsseldorf 1974 Vol. 2 S. 301 - 316.
- /13/ KÜSSNER, H.G.: Theorie dreier Verfahren zur Bestimmung der Parameter eines elastomechanischen Systems im Standschwingversuch.
Z. für Flugwissenschaften 19 (1971) S. 53 - 61.
- /14/ LEUCHS, M.: Lageregelung für den Schwenkantrieb eines Industrieroboters.
Diplomarbeit, Inst. für Elektrische Antriebe und Steuerungen der Universität Erlangen-Nürnberg 1979.
- /15/ LUENBERGER, D.G.: An Indroduction to Observers.
IEEE Trans. Aut. Control Vol. AC-16 (1971) S. 596-602.
- /16/ MAGNUS, K.: Schwingungen.
B.G. Teubner - Verlag, Stuttgart 1969.
- /17/ NIEMANN, G., EHRENSPIEL, K.: Anlaufreibung und Stick-Slip bei Gleitpaarungen.
VDI-Zeitschrift 105 (1963) S. 221 - 233.
- /18/ PANIK, F.: Ein Verfahren zur experimentellen Ermittlung von Ersatzmodellen kontinuierlicher, viskoelastischer Systeme.
Dissertation, Technische Universität Berlin 1972.
- /19/ PFAFF, G.: Regelung elektrischer Antriebe I.
R. Oldenbourg Verlag, München Wien 1971.

- /20/ PREISENDANZ, H.: Dämpfungserscheinungen in Metallen.
Vortragsreihe "Metallphysik" des Vereins deutscher
Eisenhüttenleute, Vlg. Stahleisen, Düsseldorf 1967
S. 303 - 332.
- /21/ RAATZ, E.: Drehzahlregelung eines stromrichter-
gespeisten Gleichstrommotors mit schwingungsfähiger
Mechanik.
Techn. Mitt. AEG - Telefunken 60 (1970) S. 369 - 372.
- /22/ RAATZ, E.: Der Einfluß von elastischen Übertragungs-
elementen auf die Dynamik geregelter Antriebe.
Techn. Mitt. AEG - Telefunken 63 (1973) S. 205 - 209.
- /23/ SCHMIDT, H.: Über den Einfluß von Störungen und
Meßfehlern bei der Auswertung von gemessenen Sprung-
antworten.
msr 11 (1968) S. 158 - 163.
- /24/ STROBEL, H.: Über die durch stochastische Störsig-
nale und Meßfehler bedingten Grenzen der Kennwert-
ermittlung im Zeitbereich.
msr 11 (1968) S. 54 - 56.
- /25/ SZABO, I.: Einführung in die Technische Mechanik.
Springer - Verlag, Berlin 1966.
- /26/ TRÖNDLE, H.-P.: Regelung elastisch gekoppelter Viel-
massensysteme.
Siemens Forsch.-u.Entwickl.Ber. 4 (1975) S. 45 - 48.
- /27/ TRÖNDLE, H.-P.: Regelung einer Spiegelantenne.
Siemens Forsch.-u.Entwickl.Ber. 4 (1975) S. 75 - 80.
- /28/ WEIHRICH, G.: Drehzahlregelung von Gleichstroman-
trieben unter Verwendung eines Zustands- und Stör-
größen-Beobachters.
Regelungstechnik 26 (1978) S. 349 - 354 u. 392 - 397.

- /29/ WIEDEMANN, U.: Modale Regelung elastischer Strukturen mit der Methode der finiten Elemente.
Regelungstechnik 25 (1977) S. 75 - 81.
- /30/ WILFERT, H.: Signal- und Frequenzanalyse an stark gestörten Systemen.
VEB Verlag Technik, Berlin 1969.
- /31/ WILLNER, L., FALK, M.: Beitrag zur Regelung mechanischer Schwingungen beim Haspeln von Band.
Regelungstechnik 25 (1977) S. 101 - 107.
- /32/ WURMTHALER, CH.: Ein Beitrag zum Entwurf von Zustandsreglern und deren Einsatz unter praxisnahen Randbedingungen.
Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg 1979.
- /33/ ZIENKIEWICZ, O.G.: The Finite Element Method in Engineering Science.
McGraw - Hill, London 1971.
- /34/ ZUHRMÜHL, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker.
Springer - Verlag, 5. Auflage, Berlin 1965.

Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen und Symbole

Formelzeichen (ohne Indizes)

<u>A</u>	Zustandsmatrix
a	Einflußzahl
α	Torsionswinkel
<u>b</u>	Eingangsvektor
<u>C</u>	Ausgangsmatrix
c	Federkonstante
D	Drehimpuls
<u>D</u>	Koppelmatrix
d	Drehmoment
E	Elastizitätsmodul, Energie
<u>E</u>	Einheitsmatrix
ϵ	Lose
F	Kraft
<u>F</u>	Zustandsmatrix des Beobachters
<u>f</u>	Vektor der eingeprägten Kräfte
g	Erdbeschleunigung
h	Nachgiebigkeit
I	Flächenträgheitsmoment
J	Trägheitsmoment
<u>k</u> ^T	Rückführvektor
L	LAGRANGE - Funktion
l	Länge
<u>M</u>	Matrix der Massen
m	Masse
<u>O</u>	Nullmatrix
<u>q</u>	Vektor der allgemeinen Koordinaten
r	Schwenkradius, Störgröße
s	LAPLACE - Operator
T	kinetische Energie
<u>T</u>	Transformationsmatrix
u	Eingangsgröße der Regelstrecke
$\tilde{u}$	Ausgangsgröße des Reglers
V	Potential der eingeprägten Kräfte
v	Geschwindigkeit

φ	Drehwinkel
w	Sollwert
ω	Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz
$\underline{x}$	Zustandsvektor
$\underline{y}$	Ausgangsvektor
$\underline{z}$	Zustandsvektor des Beobachters

Indizes

H	Horizontalantrieb
L	Last
M	Motor
R	Regler
r	Störung
S	Schwenkantrieb, Regelstrecke
V	Vertikalantrieb
w	Sollwert, Führung

Symbole in Zeichnungen



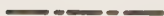
Punktmasse



masseloses, starres Verbindungselement



Gelenk mit Torsionsfeder der Federkonstante c bzw. der Nachgiebigkeit $h = 1/c$



starre Meßschiene



Wegaufnehmer



Kraftaufnehmer

Lebenslauf

Persönliches

Hans Hopfengärtner, geboren am 30.8.1947 in Nürnberg
Eltern: Fritz Hopfengärtner, Landwirt

Frieda Hopfengärtner, geb. Kreisel

Seit 1971 verheiratet mit Margit Hopfengärtner, geb.
Böhm, 2 Kinder

Schulbildung

1953 - 1960 Volksschule in Hiltpoltstein

1960 - 1963 Mittelschule in Lauf a. d. Peg.

Praktische Tätigkeit

1963 - 1965 Praktikum bei den Siemens-Schuckert-
werken in Nürnberg

Studium

1965 - 1968 Studium der Elektrotechnik am Ohm-Poly-
technikum, Abschluß: Ingenieur (grad.),
Fachgebundene Hochschulreife am 11.11.68

1968 - 1973 Studium der Elektrotechnik an der Fried-
rich-Alexander-Universität Erlangen-
Nürnberg, Abschluß: Diplom-Ingenieur

Wissenschaftliche Tätigkeit

Seit dem Wissenschaftlicher Assistent am Institut
1.1.1974 für Elektrische Antriebe und Steuerungen
der Universität Erlangen-Nürnberg

Druck: Offsetdruckerei Karl Döres, 8520 Erlangen, Jägerstr. 3, Inh. B. Lengenfelder